GEOMETRIA - Esame		7 Aprile 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Sia W_a il sottoinsieme di $\mathbb{R}^3$ definito da

$$W_a = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x + y = 1 - a^2, z = x\}.$$

1. determinare per quali $a \in \mathbb{R}$, W_a è un sottospazio di $\mathbb{R}^3$.
2. per gli a determinati al punto precedente determinare la dimensione e una base di W_a.

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 17 punti

GEOMETRIA - Esame		7 Aprile 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Dato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale in $\mathbb{R}^2$

1. determinare l'equazione cartesiana della retta r passante per i punti $P = (1, 3)$ e $Q = (2, 1)$;
2. calcolare l'area del triangolo individuato dalla retta r e dagli assi cartesiani.

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 16 punti

SOLUZIONE **Esercizio 1**:

1. Se $a \neq +1, -1$ W_a non è un sottospazio perché $(0,0,0) \notin W_a$. Se $a = 1$ oppure $a = -1$, W_a è un sottospazio perché coincide con l'insieme delle soluzioni di un sistema omogeneo.

2. Caso $a = 1$.
$$W_1 = \{(x, -x, x) \,:\, x \in \mathbb{R}\} = \langle (1, -1, 1) \rangle.$$
La dimensione di W_1 è quindi 1 e una base è il vettore $(1, -1, 1)$.
Caso $a = -1$. Come sopra, poiché $W_1 = W_{-1}$.

SOLUZIONE **Esercizio 2**:

1. Dalla formula $\dfrac{x-1}{2-1} = \dfrac{y-3}{1-3}$ si ricava l'equazione $2x + y - 5 = 0$.

2. L'intersezione tra la retta r e l'asse delle ascisse è data dalla soluzione del sistema $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, cioè $A = (2.5, 0)$ e l'intersezione tra la retta r e l'asse delle ordinate è data dalla soluzione del sistema $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$, cioè $B = (0, 5)$. L'area del triangolo rettangolo AOB è data da $\dfrac{5 \times 2.5}{2} = 6.25$.