

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA FINANZIARIA A DEL 07/04/08

**Approssimare i calcoli alla seconda cifra decimale**

1. Un capitale  $C$  di 20000 euro può essere rimborsato in 4 rate con un piano italiano o un piano francese. Sapendo che in entrambi i casi il tasso di interesse annuo è pari al 6% e che il tasso di attualizzazione è il 3% annuo, determinare la soluzione più conveniente monetariamente.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 12

2. Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- a. Determinare una soluzione ottimale col metodo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in basso.
- b. Rappresentare graficamente sul piano cartesiano il problema, identificando i punti via via trovati.

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 18

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 07/04/08

1. Il piano italiano fornisce:

$t$	$R$	$C$	$I$	$D$	$E$
0				20000	
1	6200	5000	1200	15000	5000
2	5900	5000	900	10000	10000
3	5600	5000	600	5000	15000
4	5300	5000	300	0	20000

e il piano francese fornisce:

$t$	$R$	$C$	$I$	$D$	$E$
0				20000	
1	5771.83	4571.83	1200.00	15428.17	4571.83
2	5771.83	4846.14	925.69	10582.03	9417.97
3	5771.83	5136.91	634.92	5445.12	14554.88
4	5771.83	5445.12	326.71	0	20000

Il valore attualizzato alla quarta rata delle cedole del piano italiano è  $6774.91 + 6259.31 + 5768.00 + 5300.00 = 24102.22$  e del piano francese è  $6307.03 + 6123.33 + 5944.98 + 5771.83 = 24147.18$ , per cui conviene il piano italiano.

2. a. Riportando il problema in forma canonica si ha:

$$\begin{aligned}
 -\min \quad & -z = -x_1 - 2x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 2 \\
 & -x_1 - x_2 \leq -3 \\
 & x_1 - 2x_2 \leq 0 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	$x_1$	$x_2$	
$u_1$	1	-1	2
$u_2$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span>	1	-3
$u_3$	-1	2	0
$-z$	-1	-2	0

$x^1 = (0, 0)$

	$u_2$	$x_2$	
$u_1$	1	-2	5
$x_1$	1	-1	3
$u_3$	-1	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span>	-3
$-z$	-1	-1	-3

$x^2 = (3, 0)$

	$u_2$	$u_3$	
$u_1$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	3
$x_1$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	2
$x_2$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1
$-z$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-4

$x^3 = (2, 1)$

La soluzione ottimale è  $x^* = (2, 1)$  e  $z^* = 4$ .

b. Il problema può essere rappresentato come:

