

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA FINANZIARIA A DEL 18/12/08

Approssimare i calcoli alla seconda cifra decimale

1. a. Si considerino i seguenti investimenti alternativi per quattro anni per un capitale $C = 200.000$ euro:

- Acquistare titoli zero coupon in tagli da 30.000 euro che dopo 3 anni vengono rimborsati a 38.000.
- Acquistare una casa al costo di 170.000 euro che rende un affitto semestrale posticipato di 5.000 euro e che può essere rivenduta dopo due anni a 200.000 euro.

Per la parte non investita o per i periodi non coperti da investimenti, il capitale può essere considerato investito in capitalizzazione composta annua al tasso di 1%.

- b. A quale valore di rimborso dei titoli i primi due investimenti risultano equivalenti?

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 14

2. Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \geq 1 \\ & x_1 - x_2 + 4x_3 \geq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Determinare una soluzione ottimale col metodo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 16

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 18/12/08

1. a. – Il primo investimento permette di acquistare 6 titoli che al terzo anno rendono 228.000 euro; i restanti 20.000 euro al terzo anno valgono $20.000 \times (1,01)^3 = 20.606,02$, quindi complessivamente 248.606,02 euro che dopo un anno rendono $248.606,02 \times (1,01) = 251.092,08$ euro.
- L'affitto riscosso dopo sei mesi al secondo anno vale $5.000 \times (1,01)^{1,5} = 5.075,19$; l'affitto riscosso dopo dodici mesi al secondo anno vale $5.000 \times (1,01)^{1,0} = 5.050,00$; l'affitto riscosso dopo diciotto mesi al secondo anno vale $5.000 \times (1,01)^{0,5} = 5.024,94$; complessivamente gli affitti valgono 20.150,12 euro. La casa viene rivenduta a 200.000 euro e i 30.000 euro non utilizzati valgono $30.000 \times (1,01)^2 = 30.603,00$. Quindi al termine del secondo anno si dispone di 250.753,12 euro che dopo due anni rendono $250.753,12 \times (1,01)^2 = 255.793,26$ euro.

Quindi il secondo investimento è il più conveniente.

- b. E' sufficiente che risultino equivalenti al termine del terzo anno. Il primo investimento vale 248.606,02 euro e il secondo vale $250.753,12 \times (1,01) = 253.260,65$ euro. Quindi la differenza di 4.654,63 deve essere coperta dal prezzo di rimborso per cui ciascun titolo deve essere rimborsato a 38.775,77 euro.

2. Riportando il problema in forma canonica si ha:

$$\begin{aligned} \max \quad & -z = -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \\ \text{s.t.} \quad & -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq -1 \\ & -x_1 + x_2 - 4x_3 \leq -1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	x_3	
u_1	2	-3	4	-1
u_2	1	-1	4	-1
$-z$	-2	3	-5	0

	u_2	x_2	x_3	
u_1	2	-1	-4	1
x_1	1	1	-4	1
$-z$	-2	1	3	-2

	u_2	u_1	x_3	
x_2	2	-1	4	1
x_1	3	-1	-8	2
$-z$	0	-1	-1	-1

La soluzione ottimale è $x^* = (2, 1, 0)$ e $z^* = 1$.