PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 08/01/09

1. Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{ll} max & z = x_1 + 4x_2 \\ s.t. & 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

   a. determinare una soluzione ottimale col metodo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.
   b. dare una rappresentazione grafica accurata dl problema, evidenziando le soluzioni ottenute.

   TEMPO SUGGERITO 30m
   PUNTEGGIO 17

2. Si consideri il problema dello zaino definito da

oggetto	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
valore	1	3	5	6	8
peso	13	17	25	31	47

$peso\ massimo\ trasportabile = 55$

   Risolverlo con il metodo Branch and Bound, utilizzando il bound di Dantzig e le tecniche di accelerazione, completando con l'albero decisionale.

   TEMPO SUGGERITO 20m
   PUNTEGGIO 13

1. a. Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	
u_1	-2	-5	10
u_2	$\boxed{-1}$	-2	4
u_3	0	-1	1
z	1	4	0

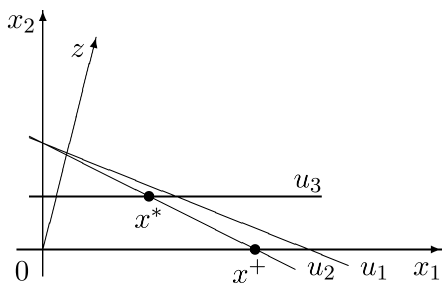
	u_2	x_2	
u_1	2	-1	2
x_1	-1	-2	4
u_3	0	$\boxed{-1}$	1
z	-1	2	4

$x^+ = (4, 0)$

	u_2	u_3	
u_1	2	1	1
x_1	-1	2	2
x_2	0	-1	1
z	-1	-2	6

La soluzione ottimale è $x^* = (2, 1)$ e $z^* = 6$.

b.

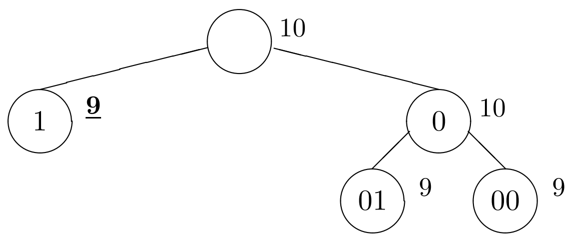


2. Riordinando gli oggetti in ordine decrescente di rapporto valore/peso si ha:

oggetto	C	D	B	E	A
valore	5	6	3	8	1
peso	25	31	17	47	13
valore/peso	0.200	0.193	0.176	0.170	0.077

peso massimo trasportabile $= 55$

$L = \lfloor 5 + (\frac{30}{31})6 \rfloor = 10$
$L(0) = \lfloor 6 + 3 + (\frac{7}{47})8 \rfloor = 10$
$L(1) = \lfloor 5 + 3 + 1 \rfloor = \underline{9}$
$L(00) = \lfloor 3 + (\frac{38}{47})8 \rfloor = 9$
$L(01) = \lfloor 6 + 3 + (\frac{7}{13})1 \rfloor = 9$



Quindi si portano gli oggetti A, B, C con valore 9 e peso 55

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI B DEL 08/01/09

1. Si consideri il problema di sequenziamento definito da $N = \{A, B, C\}, \sigma_0 = (A, B, C), \alpha = (6, 5, 3), s = (3, 5, 1)$.

   a. Determinare l'ordine ottimale σ^* e il costo relativo.

   b. Determinare la soluzione EGS.

   c. Determinare il gioco di sequenziamento associato.

   d. Determinare il valore di Shapley.

TEMPO SUGGERITO	30m
PUNTEGGIO	17

2. Si consideri il gioco di maggioranza pesata definito da $(14; 9, 8, 5, 2)$.

   a. Determinare l'indice di Deegan-Packel.

   b. Determinare l'indice dei beni pubblici.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	13

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 08/01/09

1. a. Il vettore degli indici di urgenza è $u = (2, 1, 3)$, quindi l'ordine ottimale è $\sigma^* = (C, A, B)$ e il costo relativo è $1 \times 3 + (1 + 3) \times 6 + (1 + 3 + 5) \times 5 = 72$.

   b. I guadagni degli scambi sono $g_{AB} = (15-30)_+ = 0$; $g_{AC} = (9-6)_+ = 3$; $g_{BC} = (15-5)_+ = 10$ e quindi $EGS = (1.5, 5, 6.5)$.

   c. $v(A) = v(B) = v(C) = v(AB) = v(AC) = 0$; $v(BC) = 10$; $v(ABC) = 13$.

   d. Il valore di Shapley è dato da:

Permutazioni	A	B	C
ABC	0	0	13
ACB	0	13	0
BAC	0	0	13
BCA	3	0	10
CAB	0	13	0
CBA	3	10	0
ϕ	1	6	6

2. a. Le coalizioni vincenti minimali sono $\mathcal{W} = \{\{1, 2\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$, per cui l'indice di Deegan-Packel è $\delta = \left(\frac{5}{18}, \frac{5}{18}, \frac{4}{18}, \frac{4}{18}\right)$.

   b. Ogni giocatore compare in due coalizioni vincenti minimali, per cui l'indice di Holler è $h = \left(\frac{2}{8}, \frac{2}{8}, \frac{2}{8}, \frac{2}{8}\right)$.