PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 23/03/09

1. Si consideri il problema di programmazione lineare a variabili 0-1:

$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 11x_4 \\ s.t. & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 8x_4 \leq 8 \\ & 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{array}$$

   a. Determinare il rilassamento con vincoli surrogati.
   b. Risolvere il problema rilassato con il metodo Branch & Bound, completando con l'albero decisionale.
   C. Dire se la soluzione ottenuta è ottimale per il problema dato e perchè.

TEMPO SUGGERITO	35m
PUNTEGGIO	18

2. Si consideri il problema di scheduling con 4 lavori 1, 2, 3 e 4, aventi costi $\alpha = (3, 7, 2, 4)$ e tempi di esecuzione $t = (5, 6, 2, 7)$.

   a. Determinare l'ordinamento ottimale.
   b. Determinare il risparmio rispetto all'ordinamento iniziale $\sigma_0 = (1, 2, 3, 4)$.

TEMPO SUGGERITO	15m
PUNTEGGIO	12

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 23/03/09

1. a. Il rilassamento surrogato è dato da

$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 11x_4 \\ s.t. & 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 12x_4 \leq 12 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{array}$$

b. Il problema equivale al problema dello zaino

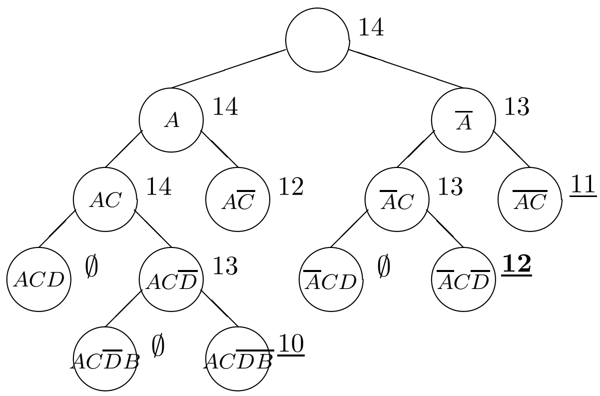
oggetti	*A*	*B*	*C*	*D*
valore	3	5	7	11
peso	2	7	5	12

peso massimo trasportabile = 12

Riordinando gli oggetti

oggetti	*A*	*C*	*D*	*B*
valore	3	7	11	5
peso	2	5	12	7

L	$\lfloor 3 + 7 + \frac{5}{12}11 \rfloor = 14$
$L(A)$	$\lfloor 3 + 7 + \frac{5}{12}11 \rfloor = 14$
$L(\overline{A})$	$\lfloor 7 + \frac{7}{12}11 \rfloor = 13$
$L(AC)$	$\lfloor 3 + 7 + \frac{5}{12}11 \rfloor = 14$
$L(A\overline{C})$	$\lfloor 3 + \frac{10}{12}11 \rfloor = 12$
$L(ACD)$	$S_a = \emptyset$
$L(AC\overline{D})$	$\lfloor 3 + 7 + \frac{5}{7}5 \rfloor = 13$
$L(AC\overline{D}B)$	$S_a = \emptyset$
$L(AC\overline{D}\overline{B})$	$\lfloor 3 + 7 \rfloor = \underline{10}$
$L(\overline{A}C)$	$\lfloor 7 + \frac{7}{12}11 \rfloor = 13$
$L(\overline{A}\overline{C})$	$\lfloor 11 \rfloor = \underline{11}$
$L(\overline{A}CD)$	$S_a = \emptyset$
$L(\overline{A}C\overline{D})$	$\lfloor 7 + 5 \rfloor = \underline{\mathbf{12}}$



Quindi si portano gli oggetti C e D con valore 12 cioè il problema rilassato ha soluzione $x^* = (0, 1, 1, 0); z^* = 12$.

C. La soluzione ottenuta non è ottimale per il problema dato perchè non soddisfa il secondo vincolo, infatti $3 + 2 \not\leq 4$.

2. a. Calcolando gli indici di urgenza $u = \frac{\alpha}{t} = (\frac{3}{5}, \frac{7}{6}, \frac{2}{2}, \frac{4}{7})$ si trova l'ordinamento ottimale $\sigma^* = (2, 3, 1, 4)$.

b. Calcolando $C_{\sigma_0} = 3 \cdot 5 + 7 \cdot 11 + 2 \cdot 13 + 4 \cdot 20 = 198$ e $C_{\sigma^*} = 7 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 13 + 4 \cdot 20 = 177$ si ricava che il risparmio è 21.