Prova scritta di Teoria dei Giochi A

6 Aprile 2009

1. Si consideri il problema di programmazione lineare a variabili intere:

$$\begin{array}{ll} max & z = 3x_1 + x_2 - x_3 \\ s.t. & 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ & 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 11 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0; x_1, x_2, x_3 \ intere \end{array}$$

   Risolvere il problema con l'algoritmo di Gomory, scegliendo la variabile uscente più in alto e la variabile entrante più a sinistra; si generino i tagli di Gomory a partire dalla riga più in alto e si risolva il problema di volta in volta ottenuto con l'algoritmo duale del simplesso.

   TEMPO SUGGERITO 30m
   PUNTEGGIO 18

2. Si consideri il progetto rappresentato dal seguente schema:

Attività	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
Durata	3	5	7	6	5	2	3
Precedenze	*B*	*C*	*E*	*E*	*G*		
	D		*F*	*F*			
				G			

   a. Determinare il modello CPM di Roy.

   b. Determinare la durata minima dl progetto.

   c. Determinare le attività critiche.

   TEMPO SUGGERITO 20m
   PUNTEGGIO 12

1. I coefficienti dei vincoli sono interi e il problema è in forma canonica, quindi applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	x_3	
u_1	$\boxed{-2}$	-1	-2	5
u_2	-4	-2	-1	11
z	3	1	-1	0

$\longrightarrow$

	u_1	x_2	x_3	
x_1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{5}{2}$
u_2	2	0	3	1
z	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-4	$\frac{15}{2}$

La soluzione ottimale $x^* = (\frac{5}{2}, 0, 0)$, $z^* = \frac{15}{2}$ non è intera. Quindi a partire dalla riga di x_1 si genera il vincolo $u_3 \geq 0$:

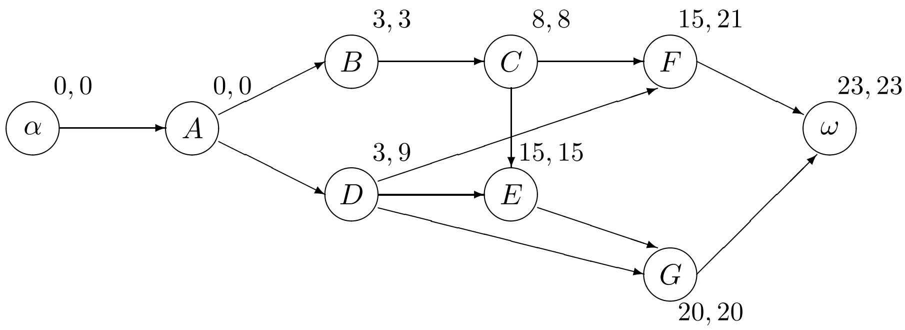
	u_1	x_2	x_3	
x_1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{5}{2}$
u_2	2	0	3	1
u_3	$\frac{1}{2}$	$\boxed{\frac{1}{2}}$	0	$-\frac{1}{2}$
z	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-4	$\frac{15}{2}$

$\longrightarrow$

	x_1	u_3	x_3	
x_1	0	-1	-1	2
u_2	2	0	3	1
x_2	1	$\frac{1}{2}$	0	1
z	-1	-1	-4	7

La soluzione $x^* = (2, 1, 0)$, $z^* = 7$ è ottimale e intera.

2. a. Determinare il modello CPM di Roy.



   b. La durata minima dl progetto è 23.

   c. Le attività critiche sono A, B, C, E, G.