Prova scritta di Teoria dei Giochi A

23 Giugno 2009

1. Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{ll} max & z = x_1 + x_2 - x_3 \\ s.t. & x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_2 - 2x_3 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

   a. Determinare il problema duale.
   b. Utilizzando il secondo teorema della dualità, verificare che i punti $x_0 = (3, 0, 0)$ e $u_0 = (1, 0)$ sono soluzioni ottimali, rispettivamente per il problema primale e per il duale.

   TEMPO SUGGERITO 15m
   PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il problema di assegnazione rappresentato dalla seguente matrice dei costi:

	a	b	c	d
A	13	10	5	11
B	16	18	11	14
C	20	19	13	17
D	16	15	17	13

   Risolverlo con il metodo Branch and Bound, completando con l'albero decisionale.

   TEMPO SUGGERITO 35m
   PUNTEGGIO 15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 23 Giugno 2009

1. a. Applicando la definizione si ha:

$$\begin{array}{ll} min & w = 3u_1 + 4u_2 \\ s.t. & u_1 \geq 1 \\ & u_1 + u_2 \geq 1 \\ & -2u_2 \geq -1 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{array}$$

b. I punti x_0 e u_0 sono ammissibili; sostituendo nelle relazioni di complementarietà si ottiene:

$$\begin{array}{l} (3-3) \times 1 = 0 \\ (4-0) \times 0 = 0 \\ (1-1) \times 3 = 0 \\ (1-1) \times 0 = 0 \\ (0+1) \times 0 = 0 \end{array}$$

che sono tutte verificate.

2.

	a	b	c	d
A	13	10	5	11
B	16	18	11	14
C	20	19	13	17
D	16	15	17	13

Assegnando ogni operaio ad una macchina e ad ogni macchina un operaio si ottiene:

	a	b	c	d
A	5	3	0^3	6
B	2	5	0^2	3
C	4	4	$\mathbf{0^4}$	4
D	0^2	0^3	4	0^3

$$L = 5 + 11 + 13 + 13 + 3 + 2 = 47$$

- $(not\ C - c)$

$$L = 47 + 4 = 51$$

- $(C - c)$

	a	b	d
A	2	0^2	3
B	0^1	3	1
D	0^0	0^0	0^1

$$L = 47 + 3 + 2 = 52$$

Si riprende il problema $(not\ C - c)$ e lo si riduce

	a	b	c	d
A	5	3	$\mathbf{0^3}$	6
B	2	5	0^2	3
C	0^0	0^0	M	0^0
D	0^0	0^0	4	0^0

- $(not\ C - c)(not\ A - c)$

$$L = 51 + 3 = 54$$

- $(not\ C - c)(A - c)$

	a	b	d
B	0	3	1
C	0	0	0
D	0	0	0

$$L = 51 + 2 = 53$$

Si riprende il problema $(C - c)$

- $(C - c)(not\ A - b)$

$$L = 52 + 2 = 54$$

- $(C - c)(A - b)$

	a	d
B	$\mathbf{0^1}$	1
D	0^0	0^1

$$L = 52$$

Si riprende il problema $B - a$

- $(C - c)(A - b)(not\ B - a)$

$$L = 52 + 1 = 53$$

- $(C - c)(A - b)(B - a)$

	d
D	0

$$L = 52$$

La soluzione del problema $(C - c)(A - b)(B - a)$ è ammissibile ed ottimale
La soluzione è data dalle assegnazioni $A/b, B/a, C/c, D/d$, aventi costo rispettivamente 10, 16, 13, 13 e costo complessivo 52