

Prova parziale di GEOMETRIA		9 Febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio

Siano dati i vettori di V_3 $\mathbf{u} = (1, 3, -1)$ e $\mathbf{v} = (2, 0, 1)$, espressi in una base ortonormale positiva $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$.

1. Determinare il prodotto scalare $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$.
2. Determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{w} = \mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$.
3. Determinare il prodotto misto $\mathbf{w} \wedge \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$.

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 33 punti (9 + 12 + 12)

SOLUZIONE:

1. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = (1, 3, -1) \cdot (2, 0, 1) = 2 + 0 - 1 = 1.$

2. $\mathbf{w} = \mathbf{u} \wedge \mathbf{v} = (3 - 0)\mathbf{b}_1 - (1 + 2)\mathbf{b}_2 + (0 - 6)\mathbf{b}_3 = 3\mathbf{b}_1 - 3\mathbf{b}_2 - 6\mathbf{b}_3 = (3, -3, -6).$

3. $\mathbf{w} \wedge \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \det \begin{pmatrix} 3 & -3 & -6 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{sviluppando rispetto alla III riga}$
 $= 2(3 + 18) + (9 + 3) = 54$