

Prova parziale di GEOMETRIA		3 Marzo 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

- Determinare gli autovalori di f .
- Determinare una base per ogni autospazio.
- Determinare se f è semplice.

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 33 punti

SOLUZIONE:

$$\text{a) } \det(A - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & -1 \\ 1 & 4 & -1-\lambda \end{pmatrix} = (1-\lambda)^3.$$

Da questo si ricava $\lambda = 1$.

- b) Sostituendo $\lambda = 1$ e risolvendo il sistema lineare omogeneo associato si ha:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} R_1 \leftrightarrow R_3 \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

da cui $V_1 = \mathcal{L}((0, 1, 2))$.

- c) f non è semplice perchè l'autovalore ha molteplicità algebrica 3 e molteplicità geometrica 1.