

Prova scritta di GEOMETRIA		22 Settembre 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Siano dati i punti $P = (3, -1)$ e $Q = (1, 3)$. Determinare:

- la retta r passante per P e Q .
- la retta s passante per l'origine $O = (0, 0)$ e ortogonale alla retta r .
- l'area del triangolo delimitato dalle rette r , s e dall'asse delle ordinate.
- una rappresentazione grafica accurata del problema.

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di GEOMETRIA		22 Settembre 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Risolvere con il metodo di Gauss il seguente sistema lineare:

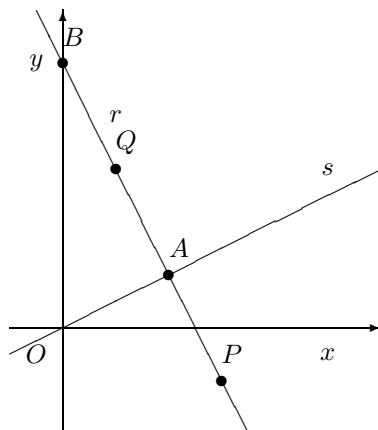
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

- Applicando la formula della retta passante per due punti si ottiene $\frac{x-3}{1-3} = \frac{y+1}{3+1}$, cioè $r : 2x + y - 5 = 0$.
- Osservando che $n_r = (2, 1)$, si ha $n_s = (1, -2)$ e quindi $s : x - 2y = 0$.
- I vertici del triangolo sono dati dalle intersezioni di coppie di rette, cioè $A = (2, 1)$ e $B = (0, 5)$. Facendo riferimento alla base OB si ottiene che l'area è data da $\frac{5 \times 2}{2} = 5$.
-



SOLUZIONE 2: Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1 \\ R_3 \leftarrow R_3 - R_1}]{k \neq 0} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + R_2} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = t \\ x_1 = 2 - 2t + t = 2 - t \end{cases}$$