

Prova scritta di <b>GEOMETRIA</b>		2 Febbraio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### Esercizio 1

Calcolare col metodo di Gauss il determinante della matrice:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

Prova scritta di <b>GEOMETRIA</b>		2 Febbraio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

## Esercizio 2

Siano dati i punti  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (2, 1, 0)$ ,  $C = (0, 1, -1)$ . Determinare:

- l'equazione del piano  $\pi$  passante per  $A, B, C$ .
- la superficie del triangolo  $ABC$ .
- l'equazione della sfera  $\Gamma$  passante per  $A$  di centro  $C$ .

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1: Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{array} \right| \xrightarrow[\begin{array}{l} R_2 \leftarrow R_2 + R_1 \\ R_3 \leftarrow R_3 + R_1 \end{array}]{\begin{array}{l} R_2 \leftrightarrow R_3 \\ R_3 \leftrightarrow R_2 \end{array}} \left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{array} \right| \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} - \left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right|$$

da cui il determinante è -4.

SOLUZIONE 2:

- Detto  $P = (x, y, z)$  il generico punto, il piano  $\pi$  è dato da  $(P - C) \wedge (A - C) \cdot (B - C) = 0$ , cioè  $(x, y - 1, z + 1) \wedge (1, -1, 2) \cdot (2, 0, 1) = 0$  cioè  $x - 3y - 2z = -1$ .
- Ricordando che  $S_{ABC} = \frac{1}{2} \|(A - C) \wedge (B - C)\| = \frac{1}{2} \|(1, -1, 2) \wedge (2, 0, 1)\| = \frac{1}{2} \|(-1, 3, 2)\| = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 9 + 4} = \frac{1}{2} \sqrt{14}$ .
- Il raggio della sfera è dato da  $d(A, C) = \sqrt{1 + 1 + 4} = \sqrt{6}$ . L'equazione richiesta è  $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 6$ .