

| | | |
|-----------------------------------|-------|-----------------|
| Prova scritta di GEOMETRIA | | 2 Febbraio 2010 |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Calcolare col metodo di Gauss il determinante della matrice:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

| | | |
|-----------------------------------|-------|-----------------|
| Prova scritta di GEOMETRIA | | 2 Febbraio 2010 |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Siano dati i punti $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, 0)$, $C = (0, 1, -1)$. Determinare:

- l'equazione del piano π passante per A, B, C .
- la superficie del triangolo ABC .
- l'equazione della sfera Γ passante per A di centro C .

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1: Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{array} \right| \xrightarrow[\begin{array}{l} R_2 \leftarrow R_2 + R_1 \\ R_3 \leftarrow R_3 + R_1 \end{array}]{\begin{array}{l} R_2 \leftrightarrow R_3 \\ R_3 \leftrightarrow R_2 \end{array}} \left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{array} \right| \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} - \left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right|$$

da cui il determinante è -4.

SOLUZIONE 2:

- Detto $P = (x, y, z)$ il generico punto, il piano π è dato da $(P - C) \wedge (A - C) \cdot (B - C) = 0$, cioè $(x, y - 1, z + 1) \wedge (1, -1, 2) \cdot (2, 0, 1) = 0$ cioè $x - 3y - 2z = -1$.
- Ricordando che $S_{ABC} = \frac{1}{2} \|(A - C) \wedge (B - C)\| = \frac{1}{2} \|(1, -1, 2) \wedge (2, 0, 1)\| = \frac{1}{2} \|(-1, 3, 2)\| = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 9 + 4} = \frac{1}{2} \sqrt{14}$.
- Il raggio della sfera è dato da $d(A, C) = \sqrt{1 + 1 + 4} = \sqrt{6}$. L'equazione richiesta è $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 6$.