Prova scritta di GEOMETRIA		27 Luglio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere con il metodo di riduzione di Gauss il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_3 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 15 punti

Prova scritta di GEOMETRIA		27 Luglio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Discutere accuratamente tutte le affermazioni, riportando i calcoli essenziali sul foglio corrispondente. Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Siano date le rette $r : x - y + 2 = 0, s : -2x + y - 1 = 0$. Determinare:

a. il punto P di intersezione di r ed s;

b. l'equazione della circonferenza Γ passante per P e avente il centro in $C(2, 2)$;

c. le rette parallele agli assi delle ascisse e delle ordinate e tangenti a Γ;

d. completare con una rappresentazione grafica accurata del problema.

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:
La matrice dei coefficienti è:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Riducendo la matrice col metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3 - R_1]{R_2 \leftarrow R_2 + R_1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le soluzioni sono $x_3 = t, x_2 = -1 - 2t, x_1 = \frac{3+3t}{2}$.

SOLUZIONE 2: Siano date le rette $r : x - y + 2 = 0, s : -2x + y - 1 = 0$. Determinare:

a. Risolvendo il sistema $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ -2x + y - 1 = 0 \end{cases}$ si ottiene $P(1, 3)$.

b. Il raggio di Γ è $\rho = d(C, P) = \sqrt{2}$, per cui $\Gamma : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

c. le rette passano per i punti $I(2, 2+\sqrt{2}), J(2, 2-\sqrt{2}), K(2+\sqrt{2}, 2), L(2-\sqrt{2}, 2)$ e hanno equazione rispettivamente $y = 2 + \sqrt{2}, y = 2 - \sqrt{2}, x = 2 + \sqrt{2}, x = 2 - \sqrt{2}$.

d.