

Prova parziale di Teoria dei Giochi A		17 Novembre 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

1. Si consideri il problema di programmazione lineare a variabili intere:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = -x_1 + 3x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & x_2 \leq \frac{1}{2} \\
 & x_1 - 2x_2 \geq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ intere}
 \end{aligned}$$

- a. Risolvere il problema con l'algoritmo di Gomory, scegliendo la variabile uscente più in alto e la variabile entrante più a sinistra; successivamente si generino i tagli di Gomory a partire dalla riga più in alto e si risolva il problema di volta in volta ottenuto con l'algoritmo duale del simplesso.
- b. Dare una rappresentazione grafica accurata del problema dato e dei tagli inseriti.

TEMPO SUGGERITO    30m  
PUNTEGGIO            30

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 17/11/09

1. a. I coefficienti dei vincoli non sono interi e il problema non è in forma canonica, quindi la tabella iniziale è data da:

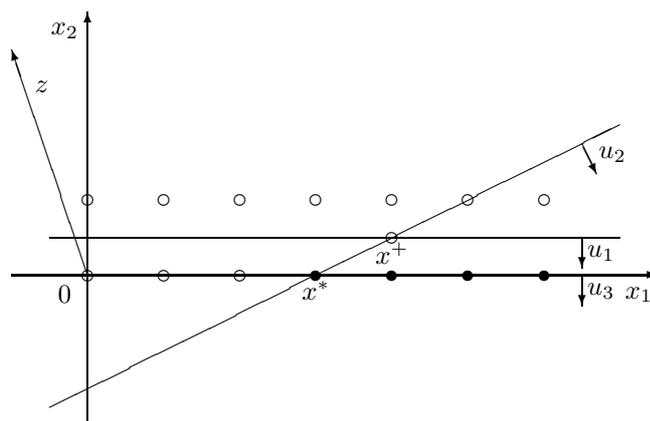
$$\begin{array}{c|cc|c} & x_1 & x_2 & \\ \hline u_1 & 0 & -2 & 1 \\ u_2 & \boxed{1} & -2 & -3 \\ z & -1 & 3 & 0 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|cc|c} & u_2 & x_2 & \\ \hline u_1 & 0 & \boxed{-2} & 1 \\ x_1 & 1 & 2 & 3 \\ z & -1 & 1 & -3 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|cc|c} & u_2 & u_1 & \\ \hline x_2 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ x_1 & 1 & -1 & 4 \\ z & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{array}$$

La soluzione ottimale  $x^+ = (4, \frac{1}{2})$ ,  $z^* = -\frac{5}{2}$  non è intera. Quindi a partire dalla riga di  $x_2$  si genera il vincolo  $u_3 = \frac{1}{2}u_1 - \frac{1}{2} \geq 0$ :

$$\begin{array}{c|cc|c} & u_2 & u_1 & \\ \hline x_2 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ x_1 & 1 & -1 & 4 \\ u_3 & 0 & \boxed{\frac{1}{2}} & -\frac{1}{2} \\ z & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|cc|c} & u_2 & u_3 & \\ \hline x_2 & 0 & -1 & 0 \\ x_1 & 1 & -2 & 3 \\ u_1 & 0 & 2 & 1 \\ z & -1 & -1 & -3 \end{array}$$

La soluzione  $x^* = (3, 0)$ ,  $z^* = -3$  è ottimale e intera.

- b.



$$u_3 = \frac{1}{2}u_1 - \frac{1}{2} = -x_2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 0$$