

Prova parziale di Matematica Finanziaria A		08/04/10
Cognome:	Nome:	Matricola:

SVILUPPARE I CALCOLI ALLA SECONDA CIFRA DECIMALE

Esercizio 1

Si consideri un duopolio di Stackelberg in cui la funzione del prezzo unitario è:

$$P(Q) = \begin{cases} 30 - Q & \text{se } Q \leq 30 \\ 0 & \text{se } Q > 30, \end{cases}$$

Supponendo che il costo di produzione unitario sia 3 per l'impresa 1 (leader) e 8 per l'impresa 2 (follower), determinare la produzione ottimale di ciascuna impresa e il relativo profitto.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 17

Prova parziale di Matematica Finanziaria A		08/04/10
Cognome:	Nome:	Matricola:

SVILUPPARE I CALCOLI ALLA SECONDA CIFRA DECIMALE

Esercizio 2

Si consideri un duopolio di Hotelling in cui la distribuzione dei consumatori è $f(x) = -2x + 5, x \in [0, 1]$.

Determinare la posizione ottimale dei due venditori.

TEMPO SUGGERITO 10m
PUNTEGGIO 13

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 08/04/10

1. La miglior risposta dell'impresa 2 alla quantità x prodotta dall'impresa 1 è data da:

$$y^*(x) = \operatorname{argmax}\{y(30 - x - y - 8), y \in [0, 30]\} = \frac{22 - x}{2}$$

Conseguentemente la quantità ottimale per l'impresa 1 è data da:

$$x^* = \operatorname{argmax}\{x(30 - x - y^*(x) - 3), x \in [0, 30]\} = 16$$

da cui $y^*(x^*) = 3$. Il prezzo di vendita è $P(16 + 3) = 30 - 19 = 11$ e quindi il profitto dell'impresa 1 è $u_1(x^*, y^*) = 16(11 - 3) = 128$ e quello dell'impresa 2 è $u_2(x^*, y^*) = 3(11 - 8) = 9$.

2. Il punto P ottimale per i due venditori è dato da:

$$\int_0^P f(x)dx = \int_P^1 f(x)dx$$

da cui si ricava $P = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 0.44$.