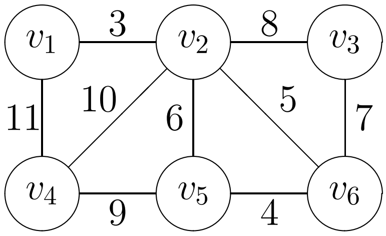
Prova parziale di Teoria dei Giochi A		7 SETTEMBRE 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1

Si consideri il seguente grafo non orientato in cui i numeri rappresentano i costi degli spigoli:



Determinare un albero ricoprente di costo minimo utilizzando l'algoritmo di Kruskal.

TEMPO SUGGERITO 15m
PUNTEGGIO 12

Prova parziale di Teoria dei Giochi A		7 SETTEMBRE 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare a variabili 0-1:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 \\
s.t. & 2x_1 - 2x_2 + x_4 \leq 3 \\
 & x_1 + x_3 - x_4 \leq 1 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{array}
$$

a. Determinare il rilassamento lagrangiano del problema con pesi $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 2$.

b. Risolvere il rilassamento lagrangiano, studiando l'ottimalità delle soluzioni per il problema dato.

c. Risolvere il problema dato con semplici considerazioni, riportandole.

TEMPO SUGGERITO	25m
PUNTEGGIO	18

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 7 SETTEMBRE 2010

1. Riordinando gli archi per costi crescenti si considerano iterativamente gli archi e si costrusce la sequenza di alberi (V, E_i):
   (v_1, v_2) inserito $|E_1| < 5$
   (v_5, v_6) inserito $|E_2| < 5$
   (v_2, v_6) inserito $|E_3| < 5$
   (v_2, v_5) non inserito perchè forma il ciclo v_2, v_5, v_6
   (v_3, v_6) inserito $|E_4| < 5$
   (v_2, v_3) non inserito perchè forma il ciclo v_2, v_3, v_6
   (v_4, v_5) inserito $|E_5| = 5$
   STOP

2. a.

$$
\begin{array}{ll}
max & z_L = -x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 5 \\
s.t. & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{array}
$$

   b. Poichè i coefficienti di x_1 e x_3 in z_L sono negativi le variabili vengono poste uguali a 0; poichè il coefficiente di x_3 z_L è positivo la variabile viene posta uguale a 1; poichè il coefficiente di x_4 z_L è nullo la variabile può essere posta uguale a 0 o a 1. Le soluzioni sono $x^{'}_L = (0, 1, 0, 0)$ e $x^{''}_L = (0, 1, 0, 1)$ con $z_L(x^{'}_L) = z_L(x^{''}_L) = 9$. Le due soluzioni sono ammissibili per il problema dato ma $z(x^{'}_L) = 2$ e $z(x^{''}_L) = 1$ per cui non si può dire nulla sull'ottimalità.

   c. Analizzando i coefficienti di z sembra opportuno considerare $\hat{x} = (1, 1, 0, 0)$, che essendo ammissibile risulta ottimale con $z(\hat{x}) = 5$.