Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		23/02/12
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1

Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = x_1 + 3x_2 \\
s.t. & x_1 \leq 1 \\
 & x_2 \leq 2 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

a. Risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

b. Dare una rappresentazione grafica accurata del problema dato.

c. Scrivere la forma analitica del problema duale.

d. Scrivere la soluzione ottimale del problema duale.

TEMPO SUGGERITO	25m
PUNTEGGIO	20

Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		23/02/12
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il problema di programmazione lineare a numeri interi:

$$\begin{array}{ll} max & z = x_1 - x_2 + 22x_3 + 12x_4 \\ s.t. & x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{array}$$

Risolverlo per ispezione con semplici considerazioni.

TEMPO SUGGERITO	15m
PUNTEGGIO	10

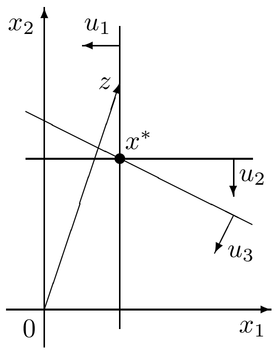
SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 23/02/12

1. a. Il problema è in forma canonica, quindi la tabella iniziale è data da:

$$
\begin{array}{c|cc|c}
 & x_1 & x_2 & \\
\hline
u_1 & \boxed{-1} & 0 & 1 \\
u_2 & 0 & -1 & 2 \\
u_3 & -1 & -2 & 5 \\
\hline
z & 1 & 3 & 0
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{c|cc|c}
 & u_1 & x_2 & \\
\hline
x_1 & -1 & 0 & 1 \\
u_2 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\
u_3 & 1 & -2 & 4 \\
\hline
z & -1 & 3 & 1
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{c|cc|c}
 & u_1 & u_2 & \\
\hline
x_1 & -1 & 0 & 1 \\
x_2 & 0 & -1 & 2 \\
u_3 & 1 & 2 & 0 \\
\hline
z & -1 & -3 & 7
\end{array}
$$

La tabella è ottimale e la soluzione è $x^* = (1, 2), z^* = 7$.

b.



c. Il problema duale è dato da:

$$
\begin{array}{ll}
min & w = u_1 + 2u_2 + 5u_3 \\
s.t. & u_1 + u_3 \geq 1 \\
 & u_2 + 2u_3 \geq 3 \\
 & u_1, u_2 \geq 0
\end{array}
$$

d. Dalla tabella ottimale precedente si ricava $u^* = (1, 3, 0), w^* = 7$.

2. Osservando che x_2 consuma risorsa ma ha un profitto negativo si ottiene $x_2 = 0$.
x_3 può assumere valore 0 o 1 e x_4 può assumere valore 0, 1 o 2, ma almeno una delle due deve essere nulla.
Le soluzioni candidate ottime sono allora:

$$
\begin{aligned}
x^1 &= (0, 0, 0, 2) \text{ con } z(x^1) = 24 \\
x^2 &= (3, 0, 0, 1) \text{ con } z(x^2) = 15 \\
x^3 &= (1, 0, 1, 0) \text{ con } z(x^3) = 23 \\
x^4 &= (6, 0, 0, 0) \text{ con } z(x^4) = 6
\end{aligned}
$$

quindi la soluzione ottimale è x^1.