Prova scritta di Teoria dei Giochi		02/02/2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1

Si consideri il gioco a tre giocatori in forma estesa:
Il giocatore I sceglie tra A e B; successivamente il giocatore II sceglie tra A e B senza conoscere la scelta di I; infine il giocatore III sceglie tra A e B senza conoscere la scelta di II, ma conoscendo la scelta di I. I giocatori che fanno la scelta di maggioranza dividono la vincita unitaria in parti uguali, mentre gli altri ricevono 0.

a. Determinare la forma ad albero.

b. Determinare la forma strategica e gli eventuali equilibri di Nash in strategie pure.

c. Determinare il valore della coalizione $\{I, III\}$ nel caso il gioco venga giocato cooperativamente, motivando brevemente la risposta.

TEMPO SUGGERITO	25m
PUNTEGGIO	20

Prova scritta di Teoria dei Giochi		02/02/2012
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il seguente gioco TU in forma caratteristica:

$$N = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$v(S) = \begin{cases} \sqrt{|S|} & \text{se } |S| \leq 2 \\ |S|^2 & \text{se } |S| \geq 3 \end{cases} \qquad S \subseteq N$$

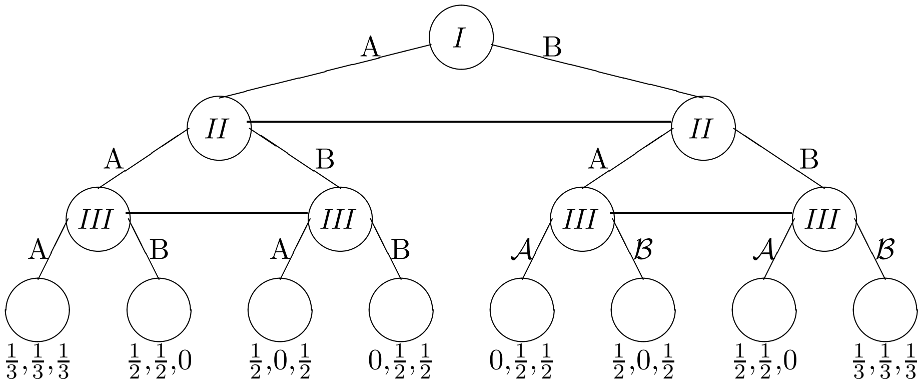
Calcolare il valore di Shapley.

TEMPO SUGGERITO	15m
PUNTEGGIO	10

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 02/02/2012

Esercizio 1

a. La forma ad albero è:



b. La forma strategica (le migliori risposte sono in grassetto) è:

$I = A$				
II / III	$A\mathcal{A}$	$A\mathcal{B}$	$B\mathcal{A}$	$B\mathcal{B}$
A	$\mathbf{\frac{1}{3}}, \mathbf{\frac{1}{3}}, \mathbf{\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{3}, \mathbf{\frac{1}{3}}, \mathbf{\frac{1}{3}}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}, 0$	$\mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}, 0$
B	$\mathbf{\frac{1}{2}}, 0, \mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}, 0, \mathbf{\frac{1}{2}}$	$0, \mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}$	$0, \mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}$

$I = B$				
II / III	$A\mathcal{A}$	$A\mathcal{B}$	$B\mathcal{A}$	$B\mathcal{B}$
A	$0, \mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}, 0, \mathbf{\frac{1}{2}}$	$0, \mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}, 0, \mathbf{\frac{1}{2}}$
B	$\mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}, 0$	$\frac{1}{3}, \mathbf{\frac{1}{3}}, \mathbf{\frac{1}{3}}$	$\mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{1}{2}}, 0$	$\mathbf{\frac{1}{3}}, \mathbf{\frac{1}{3}}, \mathbf{\frac{1}{3}}$

Quindi ci sono quattro equilibri di Nash $(A, A, A\mathcal{A})$ e $(B, B, B\mathcal{B})$.

c. Se i giocatori I e III si accordano per la stessa scelta possono ottenere ciascuno $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{2}$ a seconda della scelta del giocatore II e quindi complessivamente $\frac{2}{3}$ o 1; se si accordano per scelte differenti uno ottiene $\frac{1}{2}$ e l'altro 0 e quindi complessivamente $\frac{1}{2}$. Quindi facendo la stessa scelta possono garantirsi $v(\{I\ , III\ \}) = \frac{2}{3}$.

Esercizio 2

I giocatori sono simmetrici, per cui il valore di Shapley assegna ad ogni giocatore $\frac{v(N)}{|N|} = 4$.