

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		2 Luglio 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### **Esercizio 1**

Siano dati i seguenti vettori di  $\mathbb{R}^2$ , espressi nella base canonica  $B = (e_1, e_2)$ :

$$v_1 = (1, 2), v_2 = (0, 1), v_3 = (0, -1), v_4 = (2, -1), v_5 = (-1, -1)$$

- Utilizzando l'algoritmo del cardine, estrarre una base di  $\mathbb{R}^2$ .
- Esprimere i rimanenti vettori in funzione della nuova base.

*Tempo suggerito: 25 minuti*

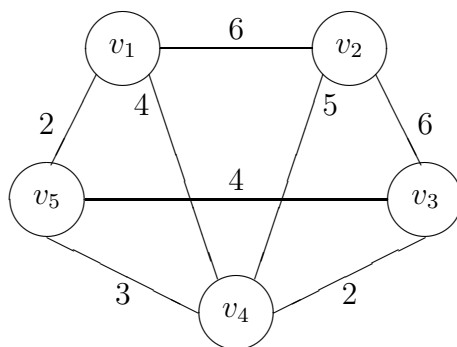
*Punteggio: 17 punti*

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		20 Maggio 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### Esercizio 2

Si consideri il seguente grafo non orientato, in cui i numeri indicano il costo degli archi:



Determinare uno spanning tree di costo minimo con l'algoritmo di Kruskal.

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 13 punti*

SOLUZIONE 1:

- Applicando l'algoritmo del cardine si ha:

	$e_1$	$e_2$	→		$v_1$	$e_2$	→		$v_1$	$v_2$
$v_1$	1	2		$e_1$	1	-2		$e_1$	1	-2
$v_2$	0	1		$v_2$	0	1		$e_2$	0	1
$v_3$	0	-1		$v_3$	0	-1		$v_3$	0	-1
$v_4$	2	-1		$v_4$	2	-5		$v_4$	2	-5
$v_5$	-1	-1		$v_5$	-1	1		$v_5$	-1	1

Dall'ultima tabella si ricava che una base è  $B' = (v_1, v_2)$

- Dalla tabella si ricava:

$$v_3 = (0, -1)$$

$$v_4 = (2, -5)$$

$$v_5 = (-1, 1)$$

SOLUZIONE 2:

Ordinando gli archi per costi crescenti si hanno i seguenti passi:

- si aggiunge l'arco  $(v_1, v_5)$  di costo 2
- si aggiunge l'arco  $(v_3, v_4)$  di costo 2
- si aggiunge l'arco  $(v_4, v_5)$  di costo 3
- non si aggiunge l'arco  $(v_1, v_4)$  di costo 4 perchè formerebbe il ciclo  $v_1 - v_4 - v_5 - v_1$
- non si aggiunge l'arco  $(v_3, v_5)$  di costo 4 perchè formerebbe il ciclo  $v_3 - v_4 - v_5 - v_3$
- si aggiunge l'arco  $(v_2, v_4)$  di costo 5
- STOP (4 archi aggiunti)

