

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		10 Settembre 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -2 \\ x_1 + 3x_2 = 9 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		10 Settembre
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Studiare il limite della funzione in due variabili:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \operatorname{arctg}^2 \left(\frac{x}{y} \right)$$

quando $(x, y) \rightarrow (0, 0)$.

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1: Applicando il metodo di Gauss alla matrice completa si ha:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & 9 \end{array} \right) \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 - R_1}]{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 4 & -2 & 8 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

A ritroso si ottiene:

$$\begin{aligned} x_3 &= t \\ x_2 &= \frac{4+t}{2} \\ x_1 &= \frac{6-3t}{2} \end{aligned}$$

SOLUZIONE 2:

Osservando che $\arctg^2\left(\frac{x}{y}\right)$ è comunque non superiore a $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$, mentre $(x^2 + y^2)$ tende a 0 quando $(x, y) \rightarrow (0, 0)$, si ha che il limite cercato è 0.