Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		23/07/14
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1

Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = x_1 \\
s.t. & x_1 \leq 1 \\
 & x_2 \geq 3 \\
 & x_1 - x_2 \geq -4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

a. Dare una rappresentazione grafica accurata del problema dato.

b. Risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

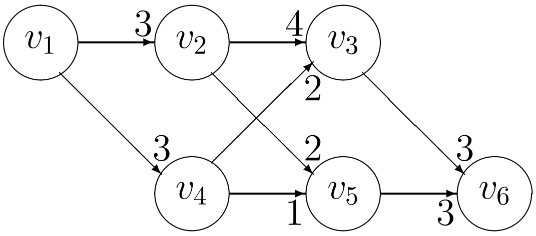
c. Determinare tutte le soluzioni ottimali.

TEMPO SUGGERITO	25m
PUNTEGGIO	15

Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		23/07/14
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 2

Si consideri la seguente rete di trasporto, in cui i numeri indicano la capacità massima degli archi e le capacità minime sono tutte nulle:



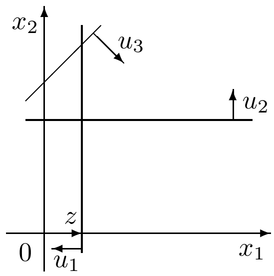
Determinare il flusso massimo da v_1 a v_6 con l'algoritmo del contrassegno, esaminando nodi e archi secondo l'ordine crescente degli indici, contrassegnando tutti i nodi possibili e aggiungendo al contrassegno il massimo incremento corrente.

Determinare anche il taglio minimo.

TEMPO SUGGERITO	25m
PUNTEGGIO	15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 23/07/14

1. a.



b. Riportando il problema in forma canonica:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = x_1 \\
s.t. & x_1 \le 1 \\
 & -x_2 \le -3 \\
 & -x_1 + x_2 \le 4 \\
 & x_1, x_2 \ge 0
\end{array}
$$

la tabella iniziale è data da:

	x_1	x_2	
u_1	-1	0	1
u_2	0	$\boxed{1}$	-3
u_3	1	-1	4
z	1	0	0

$\longrightarrow$

	x_1	u_2	
u_1	$\boxed{-1}$	0	1
x_2	0	1	3
u_3	1	-1	1
z	1	0	0

$\longrightarrow$

	u_1	u_2	
x_1	-1	0	1
x_2	0	1	3
u_3	-1	-1	2
z	-1	0	1

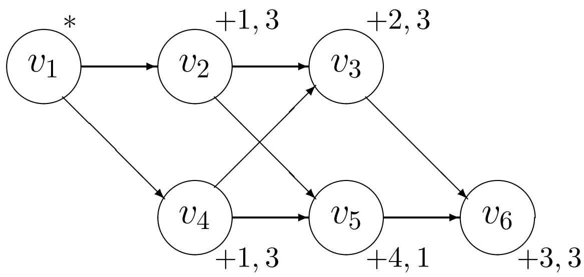
La tabella è ottimale e la soluzione è $x^* = (1, 3), z^* = 1$.

c. La presenza di uno 0 tra i coefficienti di z potrebbe portare ad altre soluzioni; per verificarlo è sufficiente fare cardine sull'elemento di posto (3,2), ottenendo:

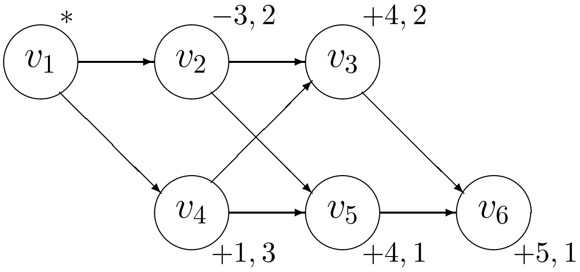
	u_1	u_3	
x_1	-1	0	1
x_2	-1	-1	5
u_2	-1	-1	2
z	-1	0	1

che fornisce la soluzione $x^+ = (1, 5)$; da questa tabella l'unico cardine è ancora l'elemento di posto (3,2) che riporterebbe alla tabella precedente, per cui le soluzioni ottimali corrispondono al segmento di estremi x^*, x^+.

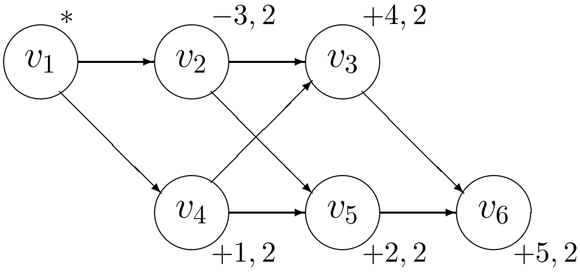
2. Applicando l'algoritmo richiesto si ha:



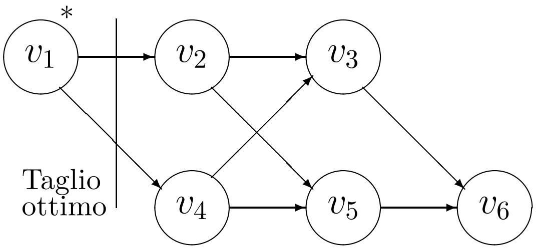
Cammino aumentante: $v_1 - v_2 - v_3 - v_6$; $\Delta = 3$



Cammino aumentante: $v_1 - v_4 - v_5 - v_6$; $\Delta = 1$



Cammino aumentante: $v_1 - v_4 - v_3 - v_2 - v_5 - v_6$; $\Delta = 2$



Il flusso massimo è 6 e i flussi sono: