

Prova parziale di <i>MATEMATICA II</i>		24 Aprile 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ -4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -8 \\ 2x_1 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		24 Aprile 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Sia dato lo spazio vettoriale sul campo dei reali dei polinomi di primo grado a coefficienti reali della forma $a_1x + a_0$, con le usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

- a. Il sottoinsieme U dei polinomi di primo grado per cui $a_0 \geq 0$ costituisce un sottospazio vettoriale?
- b. Il sottoinsieme V dei polinomi di primo grado per cui $x = 1$ è una radice costituisce un sottospazio vettoriale?

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss alla matrice completa si ha:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 2 & 4 \\ -4 & 3 & -2 & -8 \\ 2 & 0 & 4 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 - R_1}]{R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

A ritroso si ottiene:

$$\begin{aligned} x_3 &= t \\ x_2 &= -2t \\ x_1 &= 2 - 2t \end{aligned}$$

SOLUZIONE 2:

- a. NO. Infatti l'opposto di ogni polinomio con $a_0 > 0$ non appartiene ad U .
- b. SI. Infatti, se $x = 1$ è una radice, allora $a_1 = -a_0$ e questa proprietà si conserva con le operazioni di somma e prodotto per uno scalare.