| Prova di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$ | | 23 Luglio 2014 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

## Esercizio 1

Si consideri lo spazio vettoriale $\mathcal{M}$ delle matrici reali di ordine 2, con le usuali operazioni di somma di matrici e prodotto di uno scalare reale per una matrice.

a. Dire se il sottoinsieme $U = \{A \in \mathcal{M} \text{ t.c. } a_{11} = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}$.

b. Dire se il sottoinsieme $V = \{A \in \mathcal{M} \text{ t.c. } a_{11} = a_{12}, a_{21} = a_{22}\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}$.

*Tempo suggerito: 20 minuti*
*Punteggio: 15 punti*

| Prova di **$\mathcal{MATEMATICA\ II}$** | | 23 Luglio 2014 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

## Esercizio 2

Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \sqrt{y} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

*Tempo suggerito: 30 minuti*
*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

a.,b. In entrambi i casi le operazioni di somma e prodotto conservano le caratteristiche delle matrici.

SOLUZIONE 2: Separando le variabili si ha, per $y \neq 0$:

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = dx \Rightarrow 2\int \frac{dy}{2\sqrt{y}} = \int dx \Rightarrow 2\sqrt{y} = x + c \Rightarrow y = \frac{(x+c)^2}{4}$$

La costante $c$ si determina dalle condizioni iniziali:

$$0 = \frac{(1+c)^2}{4} \Rightarrow c = -1$$

da cui:

$$y = \frac{(x-1)^2}{4}, x \neq 1$$

$y = 0$ costituisce un'altra soluzione.