

<b>Prova parziale di <i>MATEMATICA II</i></b>		5 Febbraio 2015
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### **Esercizio 1**

Risolvere con il metodo di Gauss il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7 \\ 3x_1 - 9x_2 + 4x_3 = -9 \end{cases}$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		5 Febbraio 2015
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

## **Esercizio 2**

Sia data la funzione:

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - xy$$

- Determinare il gradiente e l'hessiano della funzione  $f$ .
- Determinare i punti in cui si annulla il gradiente.
- Determinare l'hessiano nei punti in cui si annulla il gradiente.

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss alla matrice completa si ha:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 7 \\ 3 & -9 & 4 & -9 \end{array} \right) \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1}]{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -6 & 4 & -12 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

per cui a ritroso si ha:

$$\begin{aligned} x_3 &= t \\ x_2 &= \frac{6 + 2t}{3} \\ x_1 &= \frac{-3 - 2t}{3} \end{aligned}$$

SOLUZIONE 2:

a.  $\nabla(f) = (3x^2 - y, 3y^2 - x)$

$$M(f) = \begin{pmatrix} 6x & -1 \\ -1 & 6y \end{pmatrix}$$

b. Risolvendo il sistema

$$\begin{cases} 3x^2 - y = 0 \\ 3y^2 - x = 0 \end{cases}$$

si ottengono i punti  $(0, 0)$  e  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

c.  $M(f(0, 0)) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  $M\left(f\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)\right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$