

<b>Prova di <i>MATEMATICA II</i></b>		09 Febbraio 2016
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### **Esercizio 1**

Calcolare col metodo di riduzione di Gauss il determinante della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & -5 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 16 punti*

Prova di <i>MATEMATICA II</i>		09 Febbraio 2016
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### **Esercizio 2**

Calcolare l'integrale doppio di  $f(x, y) = x^3y$  sul dominio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 0\}$ .

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 14 punti*

SOLUZIONE 1:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & -5 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{R_2 \leftarrow R_2 + R_1 \\ R_3 \leftarrow R_3 - 2R_1 \\ R_4 \leftarrow R_4 - R_1}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{\substack{R_3 \leftarrow R_3 + 3R_2 \\ R_4 \leftarrow R_4 + 2R_2}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 - R_3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

da cui il determinante è  $2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot (-1) = -4$ .

SOLUZIONE 2:

$$\int \int_D f(x, y) dx dy = \int_0^1 x^3 \left( \int_{-2}^0 y dy \right) dx = \int_0^1 x^3 \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{-2}^0 dx = -2 \int_0^1 x^3 dx = -2 \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = -\frac{1}{2}$$