Prova parziale di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		23 Maggio 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Determinare una base per ciascun autospazio dell'endomorfismo associato alla matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

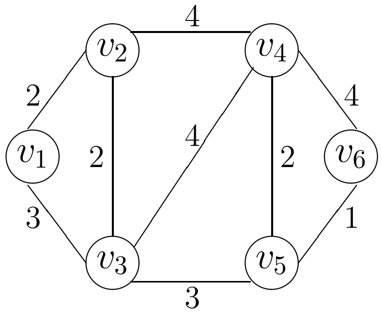
Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 18 punti

Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		23 Maggio 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Si consideri il grafo non orientato (i numeri vicino agli archi indicano il costo):



Determinare un albero ricoprente di costo minimo, con l'algoritmo di Prim, a partire dal nodo v_1.

Tempo suggerito: 15 minuti
Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Per determinare gli autovalori serve il determinante della matrice

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 2 & 3 \\ 0 & -2-\lambda & 0 \\ 3 & 1 & 1-\lambda \end{pmatrix}$$

Sviluppando rispetto alla seconda riga si ha $-(-2-\lambda)((1-\lambda)^2-9) = (2+\lambda)(\lambda^2-2\lambda-8)$ da cui si ottiene $\lambda_1 = \lambda_2 = -2; \lambda_3 = 4$ e quindi

λ_1

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ha $x_3 = t; x_2 = 0; x_1 = -t$ e quindi $V_{-2} = \mathcal{L}(1, 0, -1)$

λ_3

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ha $x_3 = t; x_2 = 0; x_1 = t$ e quindi $V_4 = \mathcal{L}(1, 0, 1)$

SOLUZIONE 2:

L'algoritmo genera i seguenti alberi:

0 $A' = \emptyset; N' = \{v_1\}$

I $A' = \{a_{12}\}; N' = \{v_1, v_2\}$

II $A' = \{a_{12}, a_{23}\}; N' = \{v_1, v_2, v_3\}$

III $A' = \{a_{12}, a_{23}, a_{35}\}; N' = \{v_1, v_2, v_3, v_5\}$

IV $A' = \{a_{12}, a_{23}, a_{35}, a_{56}\}; N' = \{v_1, v_2, v_3, v_5, v_6\}$

V $A' = \{a_{12}, a_{23}, a_{35}, a_{56}, a_{45}\}; N' = \{v_1, v_2, v_3, v_5, v_6, v_4\}$; STOP $(N' = N)$