

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		21 Luglio 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \\ 6x_1 - 2x_2 + 9x_3 = 5 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		21 Luglio 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) - 2xy(x) = e^{x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & -3 & -2 \\ 6 & -2 & 9 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1}]{R_2 \leftarrow R_2 + R_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ottiene $x_3 = t; x_2 = -1; x_1 = \frac{1-3t}{2}$.

SOLUZIONE 2:

Si tratta di un'equazione differenziale lineare del primo ordine con $\lambda(x) = -2x, \mu(x) = e^{x^2}$; quindi:

$$\Lambda(x) = \int_0^x -2s ds = -[s^2]_0^x = -x^2$$
$$y(x) = e^{x^2} \left(1 + \int_0^x e^{s^2} e^{-s^2} ds \right) = e^{x^2} (1 + [s]_0^x) = e^{x^2} (1 + x)$$

con $x \in] -\infty, \infty[$