Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		01 Settembre 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Si consideri l'omomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito da:

$$f(x, y, z) = (x - z, x + y, y + z)$$

a. Determinare la matrice associata ad f rispetto alle basi canoniche.

b. Determinare una base del nucleo di f e una base dell'immagine di f.

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 15 punti

Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		01 Settembre 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Calcolare l'integrale doppio di $f(x, y) = xcosy$ sul dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$.

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

a. La base canonica di $\mathbb{R}^3$ è $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$, con $f((1,0,0)) = (1,1,0)$; $f((0,1,0)) = (0,1,1)$; $f((0,0,1)) = (-1,0,1)$; pertanto la matrice richiesta è:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b. Riducendo la matrice A col metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

da cui

$$Ker\ f = \mathcal{L}((1,-1,1)); Im\ f = \mathcal{L}((1,1,0),(0,1,1))$$

SOLUZIONE 2:

$$\int\int_D xcosy\ dxdy = \int_{-1}^{1} x \left(\int_0^{1-x^2} cosy\ dy \right) dx = \int_{-1}^{1} x\,[seny]_0^{1-x^2}\ dx = \int_{-1}^{1} x\ sen(1-x^2)dx =$$

Posto $u = 1 - x^2$ e $xdx = -\frac{1}{2}du$ si ha

$$-\frac{1}{2}\int_0^0 senu\ du = 0$$