

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		19 Settembre 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### **Esercizio 1**

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2 \\ -4x_1 - x_2 + 2x_3 = -5 \\ -8x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -8 \end{cases}$$

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		19 Settembre 2017
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

## **Esercizio 2**

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione:

$$f(x, y) = x^4 - 4x^2y + y$$

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ -4 & -1 & 2 & -5 \\ -8 & -3 & 4 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 + 4R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1}} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\underline{R_3 \leftarrow R_3 - R_2}} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ottiene  $x_3 = \frac{1}{2}; x_2 = -2; x_1 = 2$ .

SOLUZIONE 2:

$f_x(x, y) = 4x^3 - 8xy; f_y(x, y) = -4x^2 + 1$  che si annullano in  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$  e  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$ .

$f_{xx}(x, y) = 12x^2 - 8y; f_{xy}(x, y) = -8x; f_{yx}(x, y) = -8x; f_{yy}(x, y) = 0$

$H(-\frac{1}{2}, \frac{1}{8}) = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$  e  $H(\frac{1}{2}, \frac{1}{8}) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ ; in entrambi i casi il polinomio caratteristico è  $\lambda^2 - 2\lambda - 16$  che ha radici discordi, quindi entrambi sono punti di sella.