

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		30 Gennaio 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		30 Gennaio 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Calcolare l'integrale doppio di $f(x, y) = xy$ sul dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \sqrt{2x - x^2}\}$.

Tempo suggerito: 20 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 + R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 - R_1}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\underline{R_3 \leftarrow R_3 - R_2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ottiene $x_3 = t; x_2 = -1 - 2t; x_1 = -3t$.

SOLUZIONE 2:

$$\begin{aligned} \int \int_D xy \, dx dy &= \int_0^2 x \left(\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} y \, dy \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 x [y^2]_0^{\sqrt{2x-x^2}} dx = \frac{1}{2} \int_0^2 2x^2 - x^3 \, dx = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4 \right]_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{16}{3} - \frac{16}{4} \right) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$