

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		11 Settembre 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

### **Esercizio 1**

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ -3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		11 Settembre 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

## **Esercizio 2**

Calcolare l'integrale doppio della funzione  $f(x, y) = xy$  sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

*Tempo suggerito: 20 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -2 & -1 & 4 \\ -3 & -4 & 3 & 1 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 + 3R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\underline{R_3 \leftarrow R_3 + R_2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ricava  $x_4 = s, x_3 = t, x_2 = s, x_1 = 2 - s + t$ .

SOLUZIONE 2:

$$\int_0^1 \left( x \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y dy \right) dx = \int_0^1 \left( x \left[ \frac{1}{2} y^2 \right]_{x^2}^{\sqrt{x}} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 - x^5 dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6} \right]_0^1 = \frac{1}{12}$$