Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		25 Settembre 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Sia V lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 definito sul campo $\mathbb{R}$, con le usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

a) Determinare se il sottoinsieme $U = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2a & 2b \end{pmatrix} \in V, a, b \in \mathbb{R} \right\}$, costituisce un sottospazio vettoriale di V.

b) Determinare se il sottoinsieme $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix} \in V, a, b \in \mathbb{R} \right\}$, costituisce un sottospazio vettoriale di V.

Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 15 punti

Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		25 Settembre 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione:

$$f(x,y) = 2x^3y + xy + xy^2$$

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

a) Si. Infatti, date $\begin{pmatrix} a & b \\ 2a & 2b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c & d \\ 2c & 2d \end{pmatrix} \in U$, la somma $\begin{pmatrix} a+c & b+d \\ 2a+2c & 2b+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ 2(a+c) & 2(b+d) \end{pmatrix} \in U$; inoltre preso $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \begin{pmatrix} a & b \\ 2a & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda 2a & \lambda 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a & \lambda b \\ 2\lambda a & 2\lambda b \end{pmatrix} \in U$.

b) No. Infatti $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \notin W$.

SOLUZIONE 2:
$f_x(x,y) = 6x^2y + y + y^2$; $f_y(x,y) = 2x^3 + x + 2xy$ che si annullano in $(0,0)$.
$f_{xx}(x,y) = 12xy$; $f_{xy}(x,y) = 6x^2 + 1 + 2y$; $f_{yx}(x,y) = 6x^2 + 1 + 2y$; $f_{yy}(x,y) = 2x$
$H(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; il polinomio caratteristico è $\lambda^2 - 1$ che ha radici discordi, quindi $(0,0)$ è un punto di sella.