

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		29 Gennaio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 1

Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (x + 1)y(x) \\ y(-1) = 2 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		29 Gennaio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 2

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 3 \\ -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

E' un'equazione a variabili separabili.

$$\frac{y'(x)}{y(x)} = (x+1) \longrightarrow \int_2^{y(x)} \frac{1}{z} dz = \int_{-1}^x (s+1) ds \longrightarrow [lg|z|]_2^{y(x)} = \left[\frac{s^2}{2} + s \right]_{-1}^x \longrightarrow lg|y(x)| - lg|2| = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \longrightarrow |y(x)| = e^{\left(\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \right)}$$

da cui $y(x) = 2e^{\left(\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \right)}$, mentre la soluzione $y(x) = -2e^{\left(\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \right)}$ si scarta perché non soddisfa le condizioni iniziali.

SOLUZIONE 2:

Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 - 3R_1}} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

A ritroso si ricava $x_3 = s, x_2 = t, x_1 = 1 - t + s$.