

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		9 Luglio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

### Esercizio 1

Risolvere col metodo di Gauss is seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 + 8x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 13x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		9 Luglio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

## Esercizio 2

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = x^3 - 2xy - y^2$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss alla matrice si ha:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 8 & -1 & 4 \\ 3 & 13 & -2 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -2 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{\underline{R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2}} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

per cui a ritroso si ha  $x_3 = t; x_2 = \frac{2+t}{2}; x_1 = -\frac{4+3t}{2}$ .

SOLUZIONE 2:

Le derivate parziali sono  $f_x(x, y) = 3x^2 - 2y$  e  $f_y(x, y) = -2x - 2y$  che si annullano in  $(0, 0), \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ . Le derivate

seconde sono  $f_{xx}(x, y) = 6x, f_{xy}(x, y) = -2, f_{yx}(x, y) = -2, f_{yy}(x, y) = -2$  per cui si ha:

$H(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$  che ha autovalori discordi, per cui si ha un punto di sella.

$H\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$  che ha autovalori concordi negativi, per cui si ha un punto di massimo relativo.