

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		10 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 1

- a) Si consideri l'applicazione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $f(x, y) = (x - y, 0)$ e dire se è un omomorfismo.
- b) Si consideri l'applicazione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $f(x, y) = (x + y, y + 1)$ e dire se è un omomorfismo.

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		10 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 2

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = 2x^3 - 3x^2y + 3y^2$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

a) SI. Infatti, $f(x, y) + f(z, w) = (x - y, 0) + (z - w, 0) = (x - y + z - w, 0) = ((x + z) - (y + w), 0) = f(x + z, y + w) = f((x, y) + (z, w))$ e $\lambda f(x, y) = \lambda(x - y, 0) = (\lambda x - \lambda y, 0) = f(\lambda x, \lambda y) = f(\lambda(x, y))$.

b) NO. Infatti $f(0, 0) = (0, 1) \neq (0, 0)$.

SOLUZIONE 2:

Le derivate parziali sono $f_x(x, y) = 6x^2 - 6xy$ e $f_y(x, y) = -3x^2 + 6y$ che si annullano in $(0, 0)$ e $(2, 2)$. Le derivate seconde sono $f_{xx}(x, y) = 12x - 6y$, $f_{xy}(x, y) = -6x$, $f_{yx}(x, y) = -6x$, $f_{yy}(x, y) = 6$ per cui si ha:

$H(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ che ha un autovalore nullo e quindi non è determinabile.

$H(2, 2) = \begin{pmatrix} 12 & -12 \\ -12 & 6 \end{pmatrix}$ che ha autovalori discordi, per cui si ha un punto di sella.