

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		24 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 1

Determinare una base di $Ker f$ e $Im f$ dell'omomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito dalla matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & 8 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		24 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 2

Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D x \sin(xy) \, dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, \frac{\pi}{2} \leq y \leq \pi\}$.

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Riducendo la matrice si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & 8 & 2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 - 4R_1}]{R_2 \leftarrow R_2 + R_1} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -4 & 2 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

da cui

$$\text{Ker } f = \mathcal{L}((-3, 1, 2, 0), (7, -3, 0, 2)); \text{Im } f = \mathcal{L}((1, -1, 4), (3, -1, 8))$$

SOLUZIONE 2:

$$\int_0^1 \left(\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \operatorname{sen}(xy) \, dy \right) dx = \int_0^1 [-\cos(xy)]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} dx = \int_0^1 \left(-\cos(\pi x) + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right) dx = \left[-\frac{1}{\pi} \operatorname{sen}(\pi x) + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right]_0^1 = \frac{2}{\pi}$$