Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		16/09/14
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1

Si consideri il problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{ll} max & z = -2x_1 + x_2 \\ s.t. & x_2 \leq 1 \\ & x_1 \geq 2 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

a. Risolvere il problema con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

b. Dare una rappresentazione grafica accurata del problema dato.

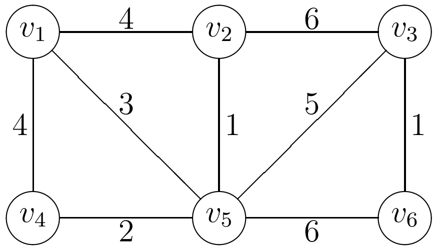
c. Scrivere la forma analitica del problema duale e determinare, se esiste, una soluzione ottimale.

TEMPO SUGGERITO	30m
PUNTEGGIO	20

Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		16/09/14
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 2

Sia dato il seguente grafo pesato non orientato, dove i numeri accanto agli archi indicano il peso:



Determinare un albero di peso minimo, usando l'algoritmo di Prim, iniziando dal nodo v_1 ed esaminnando i nodi secondo indici crescenti.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 10

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 16/09/14

1. a. Riportando il problema in forma canonica:

$$\begin{aligned} max \quad & z = -2x_1 + x_2 \\ s.t. \quad & x_2 \leq 1 \\ & -x_1 \leq -2 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

la tabella iniziale è data da:

	x_1	x_2	
u_1	0	-1	1
u_2	$\boxed{1}$	0	-2
u_3	-1	1	2
z	-2	1	0

$\longrightarrow$

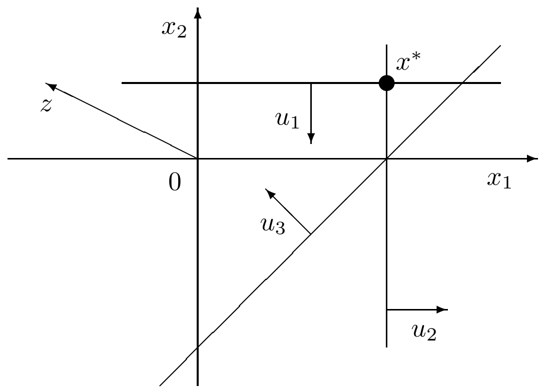
	u_2	x_2	
u_1	0	$\boxed{-1}$	1
x_1	1	0	2
u_3	-1	1	0
z	-2	1	-4

$\longrightarrow$

	u_2	u_1	
x_2	0	-1	1
x_1	1	0	2
u_3	-1	-1	1
z	-2	-1	-3

La tabella è ottimale e la soluzione è $x^* = (2, 1), z^* = -3$.

b.



c. A partire dalla forma canonica si ottiene il seguente problema duale:

$$\begin{aligned} min \quad & w = u_1 - 2u_2 + 2u_3 \\ s.t. \quad & -u_2 + u_3 \geq -2 \\ & u_1 - u_3 \geq 1 \\ & u_1, u_2, u_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Dalla tabella ottimale precedente si ottiene la soluzione $u^* = (1, 2, 0), w^* = -3$.

2. Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

0 $A' = \emptyset; N' = \{v_1\}$

I $A' = \{a_{15}\}; N' = \{v_1, v_5\}$

II $A' = \{a_{15}, a_{25}\}; N' = \{v_1, v_5, v_2\}$

III $A' = \{a_{15}, a_{25}, a_{45}\}; N' = \{v_1, v_5, v_2, v_4\}$

IV $A' = \{a_{15}, a_{25}, a_{45}, a_{35}\}; N' = \{v_1, v_5, v_2, v_4, v_3\}$

V $A' = \{a_{15}, a_{25}, a_{45}, a_{35}, a_{36}\}; N' = \{v_1, v_5, v_2, v_4, v_3, v_6\}$; STOP $(N' = N)$