Prova parziale di Modelli Matematici per la Logistica		10/05/11
Cognome:	Nome:	Matricola:

1. Si consideri il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D
valore	7	9	10	25
peso	5	5	6	13

peso massimo trasportabile = 17

Determinare la soluzione con l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il bound di Dantzig, senza le tecniche di accelerazione; completare la soluzione con l'albero decisionale.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

Prova parziale di Modelli Matematici per la Logistica		10/05/11
Cognome:	Nome:	Matricola:

1. Si consideri il problema P di programmazione lineare a variabili $0-1$:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \\
s.t. & 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 2 \\
 & -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{array}
$$

   a. Scrivere il rilassamento lagrangiano con coefficienti unitari.
   b. Determinare la soluzione ottimale e dire se è ottimale per il problema dato, giustificando le risposte.
   c. Scrivere il rilassamento surrogato con coefficienti unitari.
   d. Determinare la soluzione ottimale con semplici considerazioni e dire se è ottimale per il problema dato, giustificando le risposte.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 10/05/11

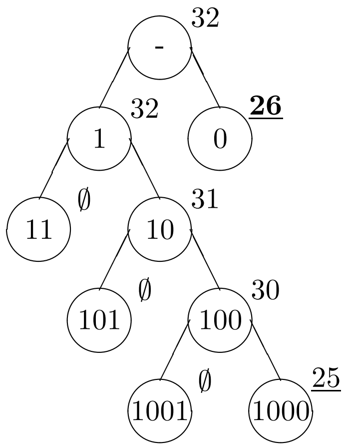
1. Riordinando gli oggetti si ha:

oggetto	D	B	C	A
valore	25	9	10	7
peso	13	5	6	5
v/p	1.92	1.8	1.67	1.4

peso massimo trasportabile = 17

$$
\begin{aligned}
&L = \lfloor 25 + (\tfrac{4}{5})9 \rfloor = 32\\
&L(1) = \lfloor 25 + (\tfrac{4}{5})9 \rfloor = 32\\
&L(0) = \lfloor 9 + 10 + 7 \rfloor = \underline{26}\\
&L(11) \rightarrow S_a = \emptyset\\
&L(10) = \lfloor 25 + (\tfrac{4}{6})10 \rfloor = 31\\
&L(101) \rightarrow S_a = \emptyset\\
&L(100) = \lfloor 25 + (\tfrac{4}{5})7 \rfloor = 30\\
&L(1001) \rightarrow S_a = \emptyset\\
&L(1000) = \lfloor 25 \rfloor = \underline{25}
\end{aligned}
$$

Quindi una soluzione ottimale si ottiene portando gli oggetti A, B e C con valore 26 e peso 16.



2. a.

$$
\begin{aligned}
max \quad & z_L = 2x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 + 3\\
s.t. \quad & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{aligned}
$$

b. Volendo massimizzare z_L basta porre uguali a 1 le variabili con coefficiente positivo e uguali a 0 le variabili con coefficiente negativo, per cui si ha:

$$x_L^* = (1, 0, 0, 1); z_L(x_L^*) = 6$$

La soluzione è ammissibile per P ma non si può dire se è ottimale poichè $z(x_L^*) = 3$.

c.

$$
\begin{aligned}
max \quad & z = 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4\\
s.t. \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 3\\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{aligned}
$$

d. Volendo massimizzare z è opportuno porre $x_3 = 0$, mentre al più due tra le altre variabili possono avere valore 1; osservando i coefficienti di z conviene porre $x_1 = x_2 = 1$ e $x_4 = 0$. Quindi si ha:

$$x_S^* = (1, 0, 0, 1); z(x_S^*) = 5$$

La soluzione è ammissibile per P quindi è ottimale.