Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		27/01/14
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 1

Si consideri il problema di programmazione lineare 0-1:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 \\
s.t. & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 4 \\
 & x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
\end{array}
$$

a. Determinare il rilassamento lagrangiano con pesi unitari.

b. Risolvere il rilassamento con semplici osservazioni (riportarle).

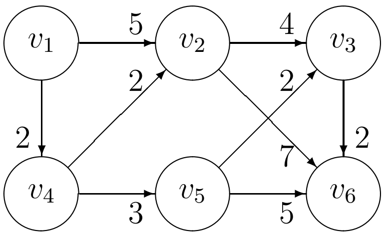
c. Discutere l'ottimalità rispetto al problema dato.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

Prova scritta di Modelli Matematici per la logistica		27/01/14
Cognome:	Nome:	Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il seguente grafo orientato, in cui i numeri vicino agli archi indicano le lunghezze degli archi:



Determinare i cammini minimi da v_1 a tutti gli altri nodi utilizzando l'algoritmo di Dijkstra.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 27/01/14

1. a. Il rilassamento richiesto è:

$$\begin{array}{ll} max & z_L = 5 + x_1 - 6x_3 + 3x_4 \\ s.t. & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{array}$$

b. Ponendo a 0 le variabili a coefficiente negativo e a 1 quelle con coefficiente positivo, e osservando che x_2 ha coefficiente nullo, si hanno due soluzioni ottimali:

$$x_L^1 = (1, 0, 0, 1) \qquad x_L^2 = (1, 1, 0, 1)$$

entrambe con valore di $z_L = 9$.

c. x_L^1 è ammissibile per il problema dato, ma $z(x_L^1) = 6 < z_L(x_L^1)$ per cui non è possibile affermare che sia ottimale.
x_L^2 non è ammissibile per il problema dato, poiché non verifica il secondo vincolo.

2. Applicando l'algoritmo di Dijkstra si ha:

d	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	**pred**	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	
d	**0**	99	99	99	99	99	**pred**	1	1	1	1	1	1	$\mathbf{h} = 1$
d	0	5	99	**2**	99	99	**pred**	1	1	1	1	1	1	$\mathbf{h} = 4$
d	0	**4**	99	2	5	99	**pred**	1	4	1	1	4	1	$\mathbf{h} = 2$
d	0	4	8	2	**5**	11	**pred**	1	4	2	1	4	2	$\mathbf{h} = 5$
d	0	4	**7**	2	5	10	**pred**	1	4	5	1	4	5	$\mathbf{h} = 3$
d	0	4	7	2	5	**9**	**pred**	1	4	5	1	4	3	$\mathbf{h} = 6$

STOP
I cammini sono:

$$v_1 - v_4 - v_2 \qquad v_1 - v_4 - v_5 - v_3 \qquad v_1 - v_4$$

$$v_1 - v_4 - v_5 \qquad v_1 - v_4 - v_5 - v_3 - v_6$$