Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICHE\ I - II\ B}$		19 Giugno 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ -2x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 2 \\ 5x_1 + 6x_2 + 13x_3 = -5 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 15 punti

Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICHE}\ \mathcal{I} - \mathcal{II}\ \mathcal{B}$	19 Giugno 2018

Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

a. Dire se l'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x_1, x_2, x_3) = (0, x_1 - x_2 + x_3)$$

è un omomorfismo.

b. Dire se l'applicazione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(x_1, x_2) = (x_1, 1, 0)$$

è un omomorfismo.

Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:
Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & -5 & 2 \\ 5 & 6 & 13 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3 - 5R_1]{R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A ritroso si ricava $x_3 = t, x_2 = -\dfrac{t}{2}, x_1 = -1 - 2t$.

SOLUZIONE 2:

a. $f(\lambda(x, y, z)) = f((\lambda x, \lambda y, \lambda z)) = (0, \lambda x - \lambda y + \lambda z) = \lambda(0, x - y + z) = \lambda f((x, y, z))$.
$f((x, y, z) + (r, s, t)) = f((x + r, y + s, z + t)) = (0, (x + r) - (y + s) + (z + t)) = (0, x - y + z) + (0, r - s + t) = f((x, y, z)) + f((r, s, t))$.
Quindi è un omomorfismo.

b. $f(2(1, 0)) = f((2, 0)) = (2, 1, 0) \neq (2, 2, 0) = 2(1, 1, 0) = 2f((1, 0))$, quindi non è un omomorfismo.