Esercizi relativi ai codici binari

1. Si abbiano due alfabeti $A = \{ @, *, \# \}$ e $B = \{ 0, 1 \}$. Determinare quanto deve essere la lunghezza m di una stringa nell'alfabeto B per trasferire tutte le stringhe di 4 caratteri scritte nell'alfabeto A . Trovare la codifica nell'alfabeto B della stringa $A = * \# @ @$.

Soluzione

Tutte le stringhe di 4 caratteri scritte nell'alfabeto A sono $3^4 = 81$. Per rappresentare almeno 81 parole nell'alfabeto B (che ha solo due simboli) ci vogliono m caratteri, con m tale che:

$$m \geq \lceil \log_2 81 \rceil$$

cioè $2^m \geq 81$ da cui $m = 7$

Posso pensare la parola $A = * \# @ @$ come scritta in base 3, da cui:

$$* \# @ @ = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 + 2 \implies 35_{10}$$

Riconvertendo 35_{10} nell'alfabeto B (binario), si ottiene alla fine:

$$(* \# @ @)_A \implies (100011)_B$$

2. Sommare i numeri $(465 + 638)_{10}$, esprimendoli in codice binario BCD .

Soluzione

$$\begin{aligned} 465_{10} &\implies 0100\ 0110\ 0101 \\ 638_{10} &\implies 0110\ 0011\ 1000 \end{aligned}$$

eventuale riporto	→	0001	0001			
I addendo	→	0100	0110	0101	+	
II addendo	→	<u>0110</u>	<u>0011</u>	<u>1000</u>		
risultati parziali	→	1011	1010	1101	+	
addendo correttivo 0110	→	<u>0110</u>	<u>0110</u>	<u>0110</u>		
risultato finale	→	0001	0001	0000	0011	

3. La lettera k ha codice ASCII "01101011". Quale sarà la codifica della lettera q ?
4. Sapendo che la lettera A corrisponde al carattere ASCII $(41)_{16}$, rappresentare la codifica in byte della parola $DECIDO$.

Soluzione - Valgono le seguenti corrispondenze:

C	$\rightarrow$	43_{16}	$\rightarrow$	01000011
D	$\rightarrow$	44_{16}	$\rightarrow$	01000100
E	$\rightarrow$	45_{16}	$\rightarrow$	01000101
I	$\rightarrow$	49_{16}	$\rightarrow$	01001001
O	$\rightarrow$	$4F_{16}$	$\rightarrow$	01001111

Da cui $DECIDO \implies (44\ 45\ 43\ 49\ 44\ 4F)_{16}$

5. Si codifichi la sequenza (1010) con un codice di Hamming autocorrettivo a un bit.

Soluzione -

r_1	r_2	m_1	r_3	m_2	m_3	m_4
1	0	1	1	0	1	0

6. La seguente sequenza di 7 bit (1010100) rappresenta un codice di Hamming autocorrettivo a un bit. Ricavare la parola codificata.

Soluzione - Il codice è:

r_1	r_2	m_1	r_3	m_2	m_3	m_4
1	0	1	0	1	0	0

- La sequenza 1, 3, 5, 7 è dispari (r_1 errato).
- La sequenza 2, 3, 6, 7 è dispari (r_2 errato).
- La sequenza 4, 5, 6, 7 è dispari (r_3 errato).

r_3	r_2	r_1	b
1	1	1	7

Il bit errato è il bit 7 per cui la parola codice corretta risulta:

r_1	r_2	m_1	r_3	m_2	m_3	m_4
1	0	1	0	1	0	1

La parola codificata è: $m_1m_2m_3m_4 = 1101$