

Esercizi relativi alla rappresentazione dei numeri reali

1. Perché si usa il concetto di mantissa nella rappresentazione dei numeri reali in virgola mobile. Esprimere in mantissa normalizzata i seguenti numeri (nelle basi indicate):

$$\begin{aligned} &(-1897.998)_{10} \\ &(0.0002\bar{3})_{10} \\ &(0.AC\bar{B})_{16} \\ &(0.000AC\bar{B})_{16} \\ &(110011.0011)_2 \end{aligned}$$

Soluzione

$$\begin{aligned} (-1897.998)_{10} &= (-0.1897998 \cdot 10^4)_{10} \\ (0.0002\bar{3})_{10} &= (0.2\bar{3} \cdot 10^{-3})_{10} \\ (0.AC\bar{B})_{16} &= (0.AC\bar{B})_{16} \\ (0.000AC\bar{B})_{16} &= (0.A\bar{B}CB \cdot 10^3)_{16} \\ (110011.0011)_2 &= (0.1100110011 \cdot 10^{110})_2 \end{aligned}$$

2. Convertire il numero $(-23.375)_{10}$ in un numero binario in virgola mobile in singola precisione secondo lo standard IEEE-P754.

Soluzione:

Si converta separatamente parte intera e parte frazionaria per ottenere:

$$23.375_{10} \implies 10111.011_2$$

In forma normalizzata con bit nascosto:

$$10111.011_2 = 1.0111011_2 \cdot 2^4$$

Per cui la mantissa risulta:

$$M = 0111011000\dots$$

Per l'esponente in eccesso 127 si ottiene:

$$E = 4 + 127 = 131_{10} \implies 10000011_2$$

Per il segno:

$$S = 1$$

Il numero completo risulta:

$$1100000110111011000\dots \implies (C1BB0000)_{16}$$

3. Esprimere i seguenti numeri decimali in una rappresentazione binaria su 8 bit con eccesso 127: 0, +5, -51, +126.

Soluzione:

$$\begin{array}{rclcl} 0 + 127 & = & 127 & \implies & 01111111 \\ 5 + 127 & = & 132 & \implies & 10000100 \\ -51 + 127 & = & 76 & \implies & 01001100 \\ 126 + 127 & = & 253 & \implies & 11111101 \end{array}$$

4. Sia dato il seguente numero binario in virgola mobile in singola precisione secondo lo standard IEEE-P754, espresso per comodità in formato esadecimale $(BE900000)_{16}$. Calcolarne il valore decimale.

Soluzione:

Il numero trascritto in binario diventa:

$$(BE900000)_{16} \implies 1011111010010000\dots_2$$

Segno : $S = 1 \rightarrow$ negativo
 Esponente : $E = 01111101_2 \implies 125_{10}$
 Mantissa : $M = 001$

Il numero decimale vale:

$$-1.M \cdot 2^{E-127} = -1.001 \cdot 2^{-2} = 0.01001 \implies -(1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-5}) = -0.28125$$

5. In una rappresentazione decimale in virgola mobile con segno, 4 cifre di mantissa e 3 cifre di esponente con segno, scrivere:

- Massimo Numero Normalizzato Positivo - NGP*
- Massimo Numero Normalizzato Negativo - NGN*
- Minimo Numero Normalizzato Positivo - NLP*
- Minimo Numero Normalizzato Negativo - NLN*
- Minimo Numero Non-Normalizzato Positivo - LP*
- Minimo Numero Non-Normalizzato Negativo - LN*

Soluzione:

$$\begin{array}{lcl} \text{Massimo Numero Normalizzato Positivo - NGP} & = & +0.9999 \cdot 10^{+999} \\ \text{Massimo Numero Normalizzato Negativo - NGN} & = & -0.9999 \cdot 10^{+999} \\ \text{Minimo Numero Normalizzato Positivo - NLP} & = & +0.1000 \cdot 10^{-999} = +1 \cdot 10^{-1000} \\ \text{Minimo Numero Normalizzato Negativo - NLN} & = & -0.1000 \cdot 10^{-999} = -1 \cdot 10^{-1000} \\ \text{Minimo Numero Non-Normalizzato Positivo - LP} & = & +0.0001 \cdot 10^{-999} = +1 \cdot 10^{-1003} \\ \text{Minimo Numero Non-Normalizzato Negativo - LN} & = & -0.0001 \cdot 10^{-999} = -1 \cdot 10^{-1003} \end{array}$$

6. Siano dati i seguenti due numeri binari in virgola mobile, singola precisione, secondo lo standard IEEE-P754 (scritti per compattezza in formato esadecimale). Si ricavi la loro somma, sempre in formato IEEE-P754.

$$(41AC0000) + (41DA0000)$$

Soluzione:

Si interpretino separatamente i due numeri, seguendo la procedura dell'esercizio 4, ottenendo:

$$\begin{array}{lll}
 41AC0000 \implies \text{Segno :} & & S = 0 \\
 & \text{Esponente :} & E = 10000011_2 \implies 131_{10} \\
 & \text{Mantissa : (bit nascosto)} & M = 01011
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 41DA0000 \implies \text{Segno :} & & S = 0 \\
 & \text{Esponente :} & E = 10000011_2 \implies 131_{10} \\
 & \text{Mantissa : (bit nascosto)} & M = 101101
 \end{array}$$

Poichè in due numeri hanno lo stesso esponente, si possono sommare le mantisse (includendo il bit nascosto), per ottenere:

$$\begin{array}{r}
 1.010110 \quad + \\
 \underline{1.101101} \\
 11.000011
 \end{array}$$

Per esprimere in forma standard IEEE-P754 il risultato, bisogna scalare la mantissa e aggiungere una unità all'esponente, ottenendo:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Segno :} & & S = 0 \\
 \text{Esponente :} & & E = 10000011 + 1 = 10000100 \\
 \text{Mantissa : (bit nascosto)} & & M = 1000011
 \end{array}$$

Per cui il risultato finale risulta:

$$0100001001000011000\dots \implies 4243000_{16}$$