Esercizi relativi alla rappresentazione dei numeri

1. Calcolare i valori decimali dei seguenti numeri posizionali espressi in varie basi.

$$N_{(2)} = 10011.101$$

$$N_{(2)} = 110111.1111$$

$$N_{(7)} = 4625.32$$

$$N_{(6)} = 534.01$$

$$N_{(6)} = 36541.32$$

Soluzione

$$N_{(2)} = 10011.101 \quad \Rightarrow \quad 16 + 2 + 1 + 0.5 + 0.125 = 19.625_{(10)}$$

$$N_{(2)} = 110111.1111 \quad \Rightarrow \quad 32 + 16 + 4 + 2 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0.125 = 55.875_{(10)}$$

$$N_{(7)} = 4625.32 \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7 + 5 + 3 \cdot 1/7 + 2 \cdot (1/7^2) = 1685.46938 \dots_{(10)}$$

$$N_{(6)} = 36541.32 \quad \Rightarrow \quad \text{impossibile, perchè 6 non è una cifra ammissibile in base 6}$$

$$N_{(6)} = 534.01 \quad \Rightarrow \quad 5 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6 + 4 + 0 \cdot 1/6 + 1 \cdot (1/6^2) = 202.0277 \dots_{(10)}$$

2. Si deve progettare una memoria che contiene celle numerate da 0 a N . Quanto deve essere la dimensione in bit del MAR per poterla indirizzare?

Soluzione

Si deve avere:
$$m = \lceil \ln_2(N + 1) \rceil$$

per cui:
$$N = 1022 \quad \Rightarrow \quad m = \lceil \ln_2(1023) \rceil = \lceil 9.9985 \dots \rceil = 10$$

$$N = 1024 \quad \Rightarrow \quad m = \lceil \ln_2(1025) \rceil = \lceil 10.0014 \dots \rceil = 11$$

3. Quanti numeri si possono rappresentare in base 6 con 5 cifre. Qual'è il numero massimo rappresentabile?

Soluzione

Si possono rappresentare 6^5 numeri, compresi fra 0 e $6^5 - 1 = 7775_{(10)}$.

4. Convertire il numero binario $N_{(2)} = 11011$ in base 10 per mezzo di un algoritmo iterativo (senza ricorrere al calcolo delle potenze della base).

Soluzione

$$\begin{aligned}
 1 \times 2 &= 2 + \\
 &\quad \frac{1}{3 \times 2} = 6 + \\
 &\quad\quad \frac{0}{6 \times 2} = 12 + \\
 &\quad\quad\quad \frac{1}{13 \times 2} = 26 + \\
 &\quad\quad\quad\quad \frac{1}{27}
 \end{aligned}$$

5. Convertire i seguenti numeri decimali nelle basi indicate:

$$\begin{aligned}
 7516_{(10)} &\Rightarrow (\dots)_{(8)} \\
 108_{(10)} &\Rightarrow (\dots)_{(2)} \\
 108_{(10)} &\Rightarrow (\dots)_{(3)} \\
 115_{(10)} &\Rightarrow (\dots)_{(7)}
 \end{aligned}$$

Soluzione

$$\begin{array}{rll}
 7516 : 8 & & \\
 \hline
 939 : 8 & & \text{resto 4} \\
 \hline
 117 : 8 & & \text{resto 3} \\
 \hline
 14 : 8 & & \text{resto 5} \\
 \hline
 1 : 8 & & \text{resto 6} \\
 \hline
 0 & & \text{resto 1}
 \end{array}$$

$$7516_{(10)} \Rightarrow 16534_{(8)}$$

$$\begin{aligned}
 108_{(10)} &\Rightarrow 1101100_{(2)} \\
 108_{(10)} &\Rightarrow 11000_{(3)} \\
 115_{(10)} &\Rightarrow 223_{(7)}
 \end{aligned}$$

6. Convertire il seguente numero esadecimale $(D7A)_{(16)}$ in base 4?

Soluzione

$$\begin{array}{cccccc}
 & D & & 7 & & A \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \underbrace{11} & \underbrace{01} & \underbrace{01} & \underbrace{11} & \underbrace{10} & \underbrace{10} \\
 3 & 1 & 0 & 3 & 2 & 2
 \end{array}$$

7. Convertire il numero decimale 0.045_{10} in un numero binario in virgola fissa con 8 bit di parte frazionaria.

Soluzione

$$\begin{array}{rcll}
 0.045 & \times & 2 & = & 0.09 & & 0 \\
 0.09 & \times & 2 & = & 0.18 & & 0 \\
 0.18 & \times & 2 & = & 0.36 & & 0 \\
 0.36 & \times & 2 & = & 0.72 & & 0 \\
 0.72 & \times & 2 & = & 1.44 & & 1 \\
 0.44 & \times & 2 & = & 0.88 & & 0 \\
 0.88 & \times & 2 & = & 1.76 & & 1 \\
 0.76 & \times & 2 & = & 1.52 & & 1 \\
 \dots & & & & & & \dots
 \end{array}$$

$$0.0045_{(10)} = 0.00001011\dots_{(2)}$$

8. Convertire il numero decimale $(44157)_{(10)}$ in base 16.

Soluzione

$$\begin{array}{rcll}
 44157 & : & 16 & \\
 \overline{2759} & : & 16 & \text{resto } 13 \text{ (D)} \\
 \overline{172} & : & 16 & \text{resto } 7 \text{ (7)} \\
 \overline{10} & : & 16 & \text{resto } 12 \text{ (C)} \\
 \overline{0} & & & \text{resto } 10 \text{ (A)}
 \end{array}$$

$$44157_{(10)} \Rightarrow AC7D_{(16)}$$

9. Si abbia una memoria da $4K$ celle di un byte. Quanti numeri interi da 16 bit si possono posizionare a partire dalla cella di indirizzo $(B30)_{(16)}$ fino alla fine della memoria?

Soluzione

Una memoria da $4K$ ha le celle numerate da 0 a $2^{12} - 1 = FFF_{(16)}$.

Si possono quindi posizionare un numero di interi da 2 byte pari a (in esadecimale):

$$(FFF - B30 + 1)/2 = (4CF + 1)/2 = 268_{(16)}$$

Da cui

$$268_{(16)} = 616_{(10)}$$

10. Eseguire le seguenti operazioni nelle basi indicate:

$$(EA8C \pm BD9F)_{(16)}$$

$$(5163 \pm 4356)_{(7)}$$

Soluzione	$EA8C +$	$EA8C -$	$5163 +$	$5163 -$
	<u>$BD9F$</u>	<u>$BD9F$</u>	<u>4356</u>	<u>4356</u>
	$1A82B$	$2CED$	12552	504

11. Eseguite l'operazione $-(14)_{10} \pm (24)_{10}$ rappresentando i numeri in binario su 6 bit, una prima volta in *MES* e, successivamente, in Complemento a due.

Soluzione

Addizione in *MES*

$$\begin{aligned} X &= -14_{10} \Rightarrow 101110 \\ Y &= +24_{10} \Rightarrow 011000 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} S(X) = 1, S(Y) = 0 \\ |X| < |Y| \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S(R) = 0 \\ |R| = |Y| - |X| \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{r} 11000 - \rightarrow |Y| \\ \underline{01110} \rightarrow |X| \\ 01010 \rightarrow |R| \end{array}$$

$$R = 101001 \Rightarrow -9_{10}$$

Sottrazione in *MES*

$$\begin{aligned} X &= -14_{10} \Rightarrow 101110 \\ Y &= -24_{10} \Rightarrow 111000 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} S(X) = 1, S(Y) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S(R) = 1 \\ |R| = |X| + |Y| \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{r} 11000 + \rightarrow |Y| \\ \underline{01110} \rightarrow |X| \\ \text{overflow} \end{array}$$

Addizione in *Complemento a 2*

$$\begin{array}{r} X = -14_{10} \Rightarrow 110010 \\ Y = +24_{10} \Rightarrow 011000 \end{array} \quad \text{da cui} \quad \begin{array}{r} 110010 + \\ \underline{011000} \\ 1|001010 \end{array} \quad \longrightarrow \text{risultato corretto}$$

Sottrazione in *Complemento a 2*

$$\begin{array}{r} X = -14_{10} \Rightarrow 110010 \\ Y = -24_{10} \Rightarrow 101000 \end{array} \quad \text{da cui} \quad \begin{array}{r} 110010 + \\ \underline{101000} \\ 1|011010 \end{array} \quad \longrightarrow \text{overflow}$$

12. Ricavate il valore decimale del seguente byte (1 0 0 1 0 1 1 0) interpretandolo come: 1) Binario puro, 2) Numero binario relativo in *M&S*, 3) Numero binario relativo in Complemento a 2, 4) Numero binario relativo in Complemento a 1, 5) Numero BCD.

Soluzione	1) binario puro	=	150_{10}
	2) <i>M&S</i>	=	-22_{10}
	3) complemento 2	=	-106_{10}
	4) complemento 1	=	-105_{10}
	5) <i>BCD</i>	=	96_{10}

13. In un elaboratore con un address bus a 16 bit, la memoria è costituita da blocchi di 8 *K* celle da 1 byte. I blocchi sono numerati a partire da 0. Quanti blocchi di memoria si possono mettere al massimo, e in quale blocco è posizionata la cella di indirizzo $(C6BA)_{16}$?

Soluzione

Si possono installare, al massimo:

$$\frac{2^{16}}{2^{13}} = 2^3 = 8 \quad \text{blocchi}$$

Per determinare il blocco in cui è posizionata la cella di indirizzo $(C6BA)_{16}$, si converte il numero in binario e si divide per 2^{13} . Tale divisione si riduce a separare le 13 cifre meno significative (che rappresentano la posizione della cella nel blocco), e le 3 cifre più significative che danno il numero d'ordine del blocco.

$$(C6BA)_{16} \implies 110|0011010111010$$

Per cui la cella indicata è nel blocco $110_2 \rightarrow 6_{10}$