Esercizi relativi alla rappresentazione dei numeri reali

1. Perchè si usa il concetto di mantissa nella rappresentazione dei numeri reali in virgola mobile. Esprimere in mantissa normalizzata i seguenti numeri (nelle basi indicate):
   $(-1897.998)_{10}$
   $(0.0002\overline{3})_{10}$
   $(0.ACB)_{16}$
   $(0.000ACB)_{16}$
   $(110011.0011)_2$

   Soluzione

$$
\begin{aligned}
(-1897.998)_{10} &= (-0.1897998 \cdot 10^4)_{10} \\
(0.0002\overline{3})_{10} &= (0.2\overline{3} \cdot 10^{-3})_{10} \\
(0.ACB)_{16} &= (0.ACB)_{16} \\
(0.000ACB)_{16} &= (0.ABCB \cdot 10^3)_{16} \\
(110011.0011)_2 &= (0.1100110011 \cdot 10^{110})_2
\end{aligned}
$$

2. Convertire il numero $(-23.375)_{10}$ in un numero binario in virgola mobile in singola precisione secondo lo standard IEEE-P754.

   Soluzione:
   Si converta separatamente parte intera e parte frazionaria per ottenere:

$$23.375_{10} \implies 10111.011_2$$

   In forma normalizzata con bit nascosto:

$$10111.011_2 = 1.0111011_2 \cdot 2^4$$

   Per cui la mantissa risulta:

$$M = 0111011000\ldots$$

   Per l'esponente in eccesso 127 si ottiene:

$$E = 4 + 127 = 131_{10} \implies 10000011_2$$

   Per il segno:

$$S = 1$$

   Il numero completo risulta:

$$110000011011110110000\ldots \implies (C1BB0000)_{16}$$

3. Esprimere i seguenti numeri decimali in una rappresentazione binaria su 8 bit con eccesso 127: 0, $+5$, -51, $+126$.

Soluzione:

$$\begin{aligned} 0+127 &= 127 &\Longrightarrow\quad & 01111111 \\ 5+127 &= 132 &\Longrightarrow\quad & 10000100 \\ -51+127 &= 76 &\Longrightarrow\quad & 01001100 \\ 126+127 &= 253 &\Longrightarrow\quad & 11111101 \end{aligned}$$

4. Sia dato il seguente numero binario in virgola mobile in singola precisione secondo lo standard IEEE-P754, espresso per comodità in formato esadecimale $(BE900000)_{16}$.
Calcolarne il valore decimale.

Soluzione:
Il numero trascritto in binario diventa:

$$(BE900000)_{16} \Longrightarrow 1011111010010000\ldots_2$$

Segno :	$S = 1 \rightarrow$ negativo
Esponente :	$E = 01111101_2 \Longrightarrow 125_{10}$
Mantissa :	$M = 001$

Il numero decimale vale:

$$-1.M \cdot 2^{E-127} = -1.001 \cdot 2^{-2} = 0.01001 \Longrightarrow -(1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-5}) = -0.28125$$

5. In una rappresentazione decimale in virgola mobile con segno, 4 cifre di mantissa e 3 cifre di esponente con segno, scrivere:
Massimo Numero Normalizzato Positivo - NGP
Massimo Numero Normalizzato Negativo - NGN
Minimo Numero Normalizzato Positivo - NLP
Minimo Numero Normalizzato Negativo - NLN
Minimo Numero Non-Normalizzato Positivo - LP
Minimo Numero Non-Normalizzato Negativo - LN

Soluzione:

Massimo Numero Normalizzato Positivo - NGP	$=$	$+0.9999 \cdot 10^{+999}$		
Massimo Numero Normalizzato Negativo - NGN	$=$	$-0.9999 \cdot 10^{+999}$		
Minimo Numero Normalizzato Positivo - NLP	$=$	$+0.1000 \cdot 10^{-999}$	$=$	$+1 \cdot 10^{-1000}$
Minimo Numero Normalizzato Negativo - NLN	$=$	$-0.1000 \cdot 10^{-999}$	$=$	$-1 \cdot 10^{-1000}$
Minimo Numero Non-Normalizzato Positivo - LP	$=$	$+0.0001 \cdot 10^{-999}$	$=$	$+1 \cdot 10^{-1003}$
Minimo Numero Non-Normalizzato Negativo - LN	$=$	$-0.0001 \cdot 10^{-999}$	$=$	$-1 \cdot 10^{-1003}$

6. Siano dati i seguenti due numeri binari in virgola mobile, singola precisione, secondo lo standard IEEE-P754 (scritti per compattezza in formato esadecimale). Si ricavi la loro somma, sempre in formato IEEE-P754.

$$(\mathbf{41AC0000}) + (\mathbf{41DA0000})$$

Soluzione:
Si interpretino separatamente i due numeri, seguendo la procedura dell'esercizio 4, ottenendo:

$41AC0000 \Longrightarrow$	Segno :	$S = 0$
	Esponente :	$E = 10000011_2 \Longrightarrow 131_{10}$
	Mantissa : (bitnascosto)	$M = 01011$

$41DA0000 \Longrightarrow$	Segno :	$S = 0$
	Esponente :	$E = 10000011_2 \Longrightarrow 131_{10}$
	Mantissa : (bitnascosto)	$M = 101101$

Poichè in due numeri hanno lo stesso esponente, si possono sommare le mantisse (includendo il bit nascosto), per ottenere:

$$\begin{array}{r} 1.010110 \quad + \\ \underline{1.101101} \\ 11.000011 \end{array}$$

Per esprimere in forma standard IEEE-P754 il risultato, bisogna scalare la mantissa e aggiungere una unità all'esponente, ottenendo:

Segno :	$S = 0$
Esponente :	$E = 10000011 + 1 = 10000100$
Mantissa : (bitnascosto)	$M = 1000011$

Per cui il risultato finale risulta:

$$0100001001000011000\ldots \Longrightarrow 4243000_{16}$$