

Esercizi di preparazione al I Compito di esonero

Esercizio 1 - Copertura di un programma di test

Un programma di test esegue una serie di controlli per individuare la presenza di errori in una apparecchiatura. Il programma di test fornisce un risultato "positivo corretto" nel 99% dei casi quando un errore è effettivamente presente. Tuttavia il programma di test produce un risultato "positivo non corretto" per 1% delle apparecchiature sane esaminate (cioè se un'apparecchiatura sana è sottoposta al test, con probabilità 0.01 il programma di test dirà che l'apparecchiatura manifesta un errore).

Si dice che il test ha un errore di copertura del 1%.

Si supponga di sapere che lo 0.5% del parco apparecchiature è realmente affetto da un errore. Si chiede di valutare quale è la probabilità che un'apparecchiatura, sottoposta al test, sia effettivamente affetta da errore dato che l'esame ha prodotto un risultato positivo.

Esercizio 2 - Distribuzione esponenziale

Data una distribuzione esponenziale calcolare la media, la varianza e il coefficiente di variazione, in funzione del parametro della distribuzione. Ripetere questi calcoli utilizzando sia l'integrazione diretta nel dominio del tempo che il teorema dei momenti nel dominio delle trasformate di Laplace.

Sapendo che il parametro della distribuzione esponenziale vale $\lambda = 1 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$, calcolare il percentile a 1%, 10% e 50%.

Esercizio 3 - Ridondanza di funzionamento

Un sistema di controllo informatizzato (**A**) deve garantire il corretto funzionamento di un impianto critico. Il sistema di controllo ha una distribuzione del tempo di corretto funzionamento esponenziale con tasso di guasto λ_A .

Per migliorare l'affidabilità di funzionamento del sistema si devono valutare due possibili alternative di progetto costituite da un sistema ridondato con le seguenti caratteristiche:

- a) - Affiancare al sistema **A** un sistema equivalente **B** in parallelo (cioè **A** e **B** funzionano simultaneamente in modo che il corretto funzionamento sia garantito quando funziona anche uno solo dei sistemi di controllo);
- b) - Affiancare al sistema **A** un sistema equivalente **B** in ridondanza di attesa o stand-by (i due sistemi funzionano in sequenza: prima **A**, poi quando **A** si guasta entra in funzione **B**).

Supponendo che i sistemi si guastino in modo statisticamente indipendente, ricavare la probabilità di corretto funzionamento del sistema di controllo nel suo complesso al tempo t (affidabilità), nelle seguenti ipotesi:

1. Si utilizza un sistema singolo;
2. Si utilizzano due sistemi in ridondanza parallela;
3. Si utilizzano due sistemi in ridondanza stand-by.

Calcolare la probabilità di corretto funzionamento del sistema fra 0 e 10,000 h con passo 2500 h , con i seguenti valori numerici:

$$\Rightarrow \lambda_A = \lambda_B = 0.55 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$$

$$\Rightarrow \lambda_A = 0.25 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1} \quad \lambda_B = 0.80 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$$

Interpretare a parole i risultati.

[Suggerimento: usare le funzioni max e somma di variabili casuali]

Esercizio 4 - Linee di trasmissione

Un sistema possiede due linee A e B su cui vengono trasmesse sequenze di bit.

Sulla linea A i bit vengono trasmessi secondo un processo di Poisson di parametro α , e lungo la linea B secondo un processo di Poisson di parametro β .

Le due linee vengono convogliate verso un'unica risorsa R. Se la risorsa R viene periodicamente interrotta per una durata fissa θ , calcolare la dimensione del buffer di cui è necessario dotare la risorsa in modo che la probabilità di perdere bit in arrivo, durante ciascuna interruzione, sia minore di 0.01.

Illustrare il procedimento in modo simbolico, e fare i calcoli con i seguenti valori numerici dei parametri:

$$\alpha = 0.1 \text{ s}^{-1} \quad \beta = 0.5 \text{ s}^{-1} \quad \theta = 5 \text{ s}$$

Esercizio 5 - Riempimento di un disco

Si abbia un disco con una capacità di 20 MB.

I file arrivano al disco secondo un processo di Poisson di parametro $\lambda = 0.1 \text{ arr/s}$. Ogni file ha una lunghezza media di 4 MB, e i file vengono memorizzati in modo sequenziale senza frazionamento.

- ◇ Trovare la distribuzione cumulativa di probabilità del tempo a cui il disco si riempie.
- ◇ Se il contenuto del disco venisse periodicamente salvato ogni minuto, azzerando il disco, che dimensione dovrebbe avere il disco perchè la probabilità di non contenere tutti i file in arrivo fra un back-up e il successivo non superi la soglia $\rho = 0.01$?

Esercizio 6 - Aspettando l'autobus

Si osservi una fermata di un autobus. Al tempo $t = 0$, i passeggeri cominciano ad arrivare alla fermata secondo un processo di Poisson di parametro λ . L'autobus può contenere H posti, e arriva alla fermata al tempo T .

- Qualè la probabilità che h clienti in attesa non riescano a salire sull'autobus.
- Quanti posti dovrebbe avere l'autobus per contenere tutti i passeggeri in attesa con probabilità $q = 0.99$.

Esercizio 7 - Arrivi dispari

Sia dato un processo di Poisson $N(t)$ ($t \geq 0$), di parametro λ . Determinare la probabilità che $N(t)$ sia dispari.