

Esercizio 5

15 maggio 2002

Riempimento e svuotamento di un buffer con arrivi a gruppi

Si abbia un buffer finito con capacità di N bit con bus di input e di output. I bit arrivano a gruppi e lasciano il buffer a gruppi. I gruppi arrivano secondo un processo di Poisson di tasso λ e lasciano il buffer secondo un processo di Poisson di tasso μ . Per ogni gruppo (sia in arrivo che in partenza) il numero effettivo di bit del gruppo è distribuito uniformemente fra 1 e un valore massimo assegnato al gruppo.

Si costruisca il grafo di transizione dell'evoluzione del sistema sapendo che:

- Il gruppo in arrivo può essere costituito al massimo da k bit;
- Il gruppo in partenza può essere costituito al massimo da ℓ bit;

Il problema in esame può essere modellato con una CTMC con spazio degli stati di dimensione $N + 1$. Predisporre (in qualunque linguaggio) un programma di analisi dell'evoluzione dello stato del buffer in funzione del tempo, che abbia le seguenti caratteristiche:

- ◇ Permetta di assegnare i parametri di ingresso: N, k, ℓ, λ, μ .
- ◇ Permetta di assegnare il vettore di probabilità iniziale \mathbf{p}_0 (ad esempio assegnando solo le componenti diverse da 0: attenzione alla condizione di normalizzazione).
- ◇ Calcolare il vettore delle probabilità di stato in funzione del tempo $p_i(t)$ $i = 0, 1, 2, \dots, N$.
- ◇ Calcolare il vettore delle probabilità asintotiche.
- ◇ Calcolare il tempo medio che impiega il buffer a riempirsi la prima volta partendo dallo stato iniziale \mathbf{p}_0 già definito.

Il listato del programma e una breve relazione corredata di qualche esempio numerico vanno presentati per il 29 maggio 2002. Verranno concordata le date per la dimostrazione del funzionamento del programma.