

STATISTICA - Sede di Novara  
I Compito di Esonero - 5 maggio 2005

**Esercizio 1**

Sia dato il seguente campione di punti

235, 310, 170, 200, 390, 260, 260, 215  
410, 290, 265, 315, 250, 300, 270, 340

1. Prendendo un intervallo di classe pari a 50, riportare la tabella delle frequenze relative e cumulative;
2. Disegnare l'istogramma;
3. Calcolare media campionaria  $\bar{X}$  e mediana;
4. Sapendo che il campione proviene da una distribuzione normale di varianza  $\sigma^2 = 64$ , calcolare la probabilità sottesa dall'intervallo  $\bar{X} \pm 0.01 \bar{X}$  (arrotondare ai valori tabellari più prossimi).

**Esercizio 2**

Sia  $X$  una variabile aleatoria che rappresenta l'occupazione in memoria di un job, espressa come frazione rispetto alla memoria totale allocabile da un utente. Si ha motivo di ritenere che la densità  $f(x)$  di questa variabile aleatoria segua la seguente legge dipendente dal parametro  $k > 0$ .

$$f(x) = \begin{cases} a x^k & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

È stato fatto uno studio sperimentale ed è stato ottenuto un campione di dimensione  $n$  dal quale vogliamo stimare il valore di  $k$ .

1. Determinare il valore di  $a$ .
2. Determinare uno stimatore di  $k$ .
3. Dato un campione costituito dai seguenti  $n = 8$  valori, stimare il valore numerico di  $k$ :

0.26 0.45 0.55 0.71 0.85 0.85 0.90 0.95

4. Si è constatato che per certe applicazioni vale il valore  $k = 2.0$ . Calcolare media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$  della distribuzione in questo caso.

STATISTICA - Sede di Novara  
Il Compito di Esonero - 9 giugno 2005

La fase finale di un processo di produzione di una casa farmaceutica consiste nel riempire un boccettino con  $5\text{ mg}$  di una sostanza.

Periodicamente la qualità del processo di produzione viene controllata prelevando  $n = 50$  campioni per verificare il peso del riempimento.

Si consideri il peso del riempimento una variabile aleatoria con distribuzione normale, e si risponda alle seguenti domande:

1. Sia nota la deviazione standard del peso del riempimento pari a  $\sigma = 2\text{ mg}$ , e si è misurato sul prelievo di  $n = 50$  campioni una media campionaria  $\bar{x} = 4,98\text{ mg}$ .
  - (a) Si calcoli l'intervallo di confidenza per la media a livello  $\alpha = 0.99$ ;
  - (b) Si calcoli quale dovrebbe essere la numerosità del campione  $n$  per ottenere un intervallo di confidenza pari a  $\sigma/6$ ;
  - (c) Si testi l'ipotesi nulla  $H_0 \rightarrow \mu_0 = 5\text{ mg}$  per decidere se è giustificata una correzione del processo di produzione ad un livello  $\alpha = 0.05$  oppure  $\alpha = 0.01$ , avendo riscontrato che i risultati dell'analisi del campione portano a un valore  $\bar{x} = 4,8\text{ mg}$  oppure  $\bar{x} = 5,6\text{ mg}$ .
  - (d) Si calcoli il p-value per  $\bar{x} = 5,6\text{ mg}$ .
2. Si supponga ora che la deviazione standard sia incognita e che venga stimata sul campione ottenendo il valore  $\bar{s} = 2.2\text{ mg}$ .

Si risponda alla domanda c) (accettare o rifiutare  $H_0 \rightarrow \mu_0 = 5\text{ mg}$ ) con  $\alpha = 0.05$  e  $\bar{x} = 5,6\text{ mg}$ .

**Riportare in modo esplicito tutti i passaggi nei calcoli.**

STATISTICA - Sede di Novara  
Compito Scritto - 16 giugno 2005

**Esercizio 1**

Sia data una distribuzione esponenziale di densità  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  con parametro  $\lambda = 0.5$ .

1. Si calcolino le aree comprese negli intervalli  $(0 - 2)$ ,  $(2 - 4)$ ,  $(4 - 6)$   $(6 - \infty)$  e si disegni il relativo istogramma.
2. Cosa si intende per mediana della distribuzione e quanto vale in questo caso?

**Esercizio 2**

Date le tavole delle distribuzioni:

1. Si calcoli il percentile della distribuzione normale ridotta per  $\alpha = 0.3$ , con una precisione di 3 cifre dopo la virgola.
2. Si calcoli il percentile per  $\alpha = 0.98$  della distribuzione  $\chi^2$  a 10 gradi di libertà.

**Esercizio 3**

Si vuole eseguire una indagine campionaria fra gli studenti universitari italiani per stimare quanti di loro leggono più di un libro al mese. Si vuole determinare un intervallo di confidenza al livello  $\alpha = 0.95$ , e si vuole che l'ampiezza complessiva dell'intervallo di confidenza non superi 0.05.

1. Si determini il numero minimo di studenti universitari da intervistare per raggiungere gli obiettivi prefissati;
2. Il sondaggio è stato condotto su un campione di 2000 studenti e si è verificato che 185 di essi hanno dichiarato di leggere più di un libro al mese. Sulla base di questo risultato, si calcoli l'intervallo di confidenza al livello richiesto e si verifichi se la sua ampiezza eccede 0.05.

STATISTICA - Sede di Novara  
Compito Scritto - 12 luglio 2005

**Esercizio 1**

Sia data una variabile aleatoria normale  $Y = N(\mu, \sigma^2)$  con  $\mu = 10$  e  $\sigma^2 = 16$ . Calcolare l'area della distribuzione negli intervalli  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, 5)$ ,  $(5, 10)$ ,  $(10, 15)$ ,  $(15, 20)$ ,  $(20, \infty)$ .

**Esercizio 2**

Sia data la variabile aleatoria normale  $Y = N(\mu, \sigma^2)$  dell'esercizio precedente, in cui la media e varianza non sono note e vengono stimate con la media campionaria e la varianza campionaria ricavate dal seguente campione di 6 valori:

2.1, 7.8, 9.9, 10.2, 12.1, 16.7

Determinare l'intervallo di confidenza per la media campionaria al livello  $\alpha = 0.99$ .

**Esercizio 3**

Si vuole condurre una indagine campionaria sul consumo di farmaci in Italia relativo alle persone anziane (età superiore a 65 anni). In particolare si vuole conoscere quante persone anziane spendono in farmaci più di 25 Euro/mese. Dall'indagine, si richiede di ottenere un risultato con un intervallo di confidenza al livello  $\alpha = 0.95$ , e si vuole che l'ampiezza complessiva dell'intervallo di confidenza non superi 0.05.

1. Si determini il numero minimo di persone anziane da intervistare per raggiungere gli obiettivi prefissati;
2. Il sondaggio è stato condotto su un campione di 2000 persone anziane e si è verificato che 285 di essi hanno dichiarato di spendere più di 25 Euro/mese. Sulla base di questo risultato, si calcoli l'intervallo di confidenza al livello richiesto e si verifichi se la sua ampiezza eccede 0.05.

STATISTICA - Sede di Novara  
Compito Scritto - 29 settembre 2005

**Esercizio 1**

Sia data una variabile aleatoria normale  $Y = N(\mu, \sigma^2)$  con  $\mu = 50$  e  $\sigma^2 = 64$ . Calcolare l'area della distribuzione negli intervalli  $(-\infty, 34)$ ,  $(34, 45)$ ,  $(45, 50)$ ,  $(50, 55)$ ,  $(55, 66)$ ,  $(66, \infty)$ .

**Esercizio 2**

Una azienda usa un metodo di cottura per una ceramica che porta ad un tempo medio di cottura  $\mu_{cottura} = 20$  (*min*).

Per accelerare i tempi l'azienda mette in sperimentazione un nuovo metodo di cottura. Col nuovo metodo, si ottengono i seguenti tempi di cottura (in *min*) su un campione di 12 prove:

15	23	32	18	16	22
41	29	25	27	30	18

Dato il campione, rispondere alle seguenti domande:

1. Ricavare la tabella delle frequenze relative e cumulative.
2. Disegnare l'istogramma dei dati.
3. Calcolare la media campionaria e la varianza campionaria;
4. Determinare l'intervallo di confidenza per la media al livello  $\alpha = 0.95$ ;
5. Per verificare se il nuovo metodo è conveniente rispetto al metodo tradizionale, il direttore di stabilimento deve decidere se accettare o rifiutare l'ipotesi nulla  $H_0$  che  $\mu \leq 20$  (*min*) al livello  $\alpha = 0.05$  (riportare i calcoli che permettono di prendere la decisione corretta)?