

Geometria (Informatica) — 22 Settembre 1999

1. Si consideri il sistema lineare dato dalle tre equazioni $x + 2y - z = 0$, $2x + z = 1$, $\pi x - y = 1$

- (a) quante soluzioni ha? **(3 punti)**
(b) risolverlo esplicitamente **(3 punti)**

2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da:

$$f(e_1) = -e_1 - 2e_2 - 3e_3$$

$$f(e_2) = 2e_1 + 2e_2 + 2e_3$$

$$f(e_3) = e_2 + 2e_3$$

- (a) E' simmetrica? E' invertibile? **(3 punti)**
(b) Determinare una base del nucleo, una base per l'immagine, autovalori e autovettori **(5 punti)**
(c) E' diagonalizzabile? **(4 punti)**
(d) Studiare e risolvere il sistema lineare $f^2(v) = 0$ **(4 punti)**

3. Fissata in \mathbb{R}^3 la base canonica si considerino i seguenti vettori:

$$v = (1, 1, 1) \quad w = (-1, 0, 1) \quad u = (2, 1, 0)$$

ed i seguenti sottospazi: $U = \text{span} \{v, u\}$ e $V = \text{span} \{v, w, u\}$.

- (a) Calcolare le dimensioni di $U \cap V$ e di $U + V$. **(4 punti)**.
(b) Scrivere l'equazione della retta passante per u e ortogonale al piano che contiene v e w . **(4 punti)**.