Geometria (Informatica) — 28 Marzo 2000

Ricordo le "regole del gioco": sotto i 16.5 punti si deve ripetere lo scritto, tra 16.5 e 18 si ***deve*** *fare l'orale, sopra i 18 si* ***può*** *fare l'orale.*

1. Si consideri il sistema lineare dato dalle equazioni $x + y + z = 1$, $x + y + kz = 0$, $k^2x + y + k^2z = 0$ con k parametro reale.

   (a) Trovare un valore di k per cui il sistema non ha soluzione. **(3 punti)**

   (b) Trovare un valore di k per cui il sistema ha una sola soluzione.**(3 punti)**

2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ data da:

$$\begin{aligned} f(e_1) &= 2e_2 \\ f(e_2) &= \frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}e_3 \\ f(e_3) &= e_3 \end{aligned}$$

   (a) Trovare $f^{-1}(e_1 + e_2)$. **(3punti)**

   (b) E' diagonalizzabile? **(3punti)**

3. Sia A una matrice complessa 3×3 il cui polinomio caratteristico è $p(\lambda) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 2k\lambda - 2k$.

   (a) Quali sono i suoi possibili autovalori? **(3 punti)**

   (b) Per che valori di k è certamente diagonalizzabile? **(4 punti)**

   (c) Nel caso in cui $k = 0$, si trovino una A diagonalizzabile e una che non lo sia. **(5 punti)**

4. Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane del piano passante per l'origine e ortogonale alla retta passante per l'origine e per il punto $(-1, 1, 1)$. (**punti 2**).

5. Scrivere, nella base canonica, la matrice di una applicazione lineare che abbia come immagine il piano trovato sopra e come nucleo la retta data. (**punti 4**)