

Geometria 1A (Informatica) — 19 Luglio 2001

1. Si considerino, in \mathbb{R}^3 , i piani di equazioni parametriche $W = t(1, -1, 0) + s(0, 0, 1)$ e $V = u(1, 1, 0) + v(1, 0, 1)$

- (a) Trovare l'equazione parametrica della retta $r = V \cap W$. **(3 punti)**
(b) Trovare il piano U ortogonale a r e passante per l'origine. **(4 punti)**

2. Quali possono essere i possibili autovalori di una matrice A tale che $A^4 = -A$? **(4 punti)**

- (a) Scrivere una matrice 3×3 che verifichi $A^4 = -A$ **(4 punti)**

3. Fissata in \mathbb{R}^3 la base $\{e_1, e_2, e_3\}$ si consideri l'applicazione lineare definita da:

$$f(e_1) = e_1 - e_2 + e_3$$

$$f(e_2) = e_1 + e_2 + e_3$$

$$f(e_3) = e_1 + e_2 + e_3$$

- (a) Scrivere una base per il nucleo e una base per l'immagine **(4 punti)**.
(b) Trovare i valori di a e b per cui il vettore $v = ae_1 + be_2 + 2e_3$ appartenga al nucleo della applicazione f . **(3 punti)**
(c) Trovare autovalori e autovettori della matrice A associata alla applicazione f . **(4 punti)**.

- (d) Quante soluzioni ha il sistema lineare $A^{10} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$? **(4 punti)**.