

Geometria (Informatica) — 23 settembre 2002

*Ricordo le "regole del gioco": sotto i 17 punti si deve ripetere lo scritto, con 17 e 18 si **deve** fare l'orale, sopra i 18 si **può** fare l'orale.*

1. Si consideri il sistema lineare dato dalle equazioni $x + y - kz = 1$, $kx + y + z = k$, $kx + y = -1$ con k parametro reale.

(a) Trovare i valori di k per cui il sistema ha una sola soluzione. **Punti 3**

(b) Trovare i valori di k per cui il sistema non ha soluzioni. **Punti 3**

2. Si trovino i possibili autovalori di una matrice complessa A tale che $A^8 = A^2$. **Punti 4**

3. Data $A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

a) si trovino gli autovalori e gli autospazi corrispondenti. **Punti 6**

b) si mostri che è diagonalizzabile. **Punti 5**

c) scriverne il polinomio caratteristico. **Punti 4**

4. Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti reali di grado ≤ 3 con base $\{1, x, x^2, x^3\}$ Cioè:

$$V \equiv \{a + bx + cx^2 + dx^3 \text{ con } a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$$

e si consideri l'applicazione lineare f da V a V definita dalla seguente espressione:

$$f(v) = x \frac{dv}{dx} - \frac{6}{x} \int v dx$$

a) Trovare nucleo e immagine di f . **Punti 4**

b) Trovare, *nella base indicata*, la matrice della applicazione f . **Punti 4**

c) Trovare il rango di f . **Punti 2**